

地殻変動連続観測所の最適配置の決定

窪田 道典*

国立防災科学技術センター

The Optimum Allocation of Continuous Crustal Deformation Observatories

By

Michinori Kubota

National Research Center for Disaster Prevention, Japan

Abstract

The optimum allocation of observatories for continuous crustal deformation measurement is determined by means of zero-one integer programming. The objective function in this problem is the number of earthquakes detected by at least one observatory, and the constraint is the number of the observatories. The optimum allocation is obtained by maximizing the objective function subject to this constraint. This method is applied to Japan islands.

1. 序 論

地震のような、いつ襲ってくるか分からないものに挑戦しようとする、地震予知という研究分野においては、地震に対する戦略を考えることは必須である。つまり、予知・予測に関する分野では、最小の努力で最大の効果を上げるためには、どのように行動するのがよいかを定量的に決定するよう、常に考慮に入れていなければならない。言い換えれば、戦略それ自身が予知研究そのものである。

種々の戦略の中でも、計測センサー配置の問題は最も基本的なものの一つである。つまり、限られた予算によって制限を受けた、限られた数のセンサーをどのように配置すれば最も効果が上がるか、その配置を決定することは基本的に重要なことである。この報告では、地震予知における基本的戦略である、地殻変動連続観測所の最適配置の決定について論じる。

Shimazaki (1972) は、地殻変動連続観測所を新たに一個所設置する場合について、どこに置くのがよいかを論じている。しかし、複数個を同時に設置する場合については何も論じていない。ここでは、一般的に複数個の地殻変動連続観測所を、同時に設置する場合の最適

* 元第2研究部

配置について論じ、結果を日本列島に対して応用する。

広くこのような問題の解決のための考え方・手段を与えるものに、オペレーションズ・リサーチ（作戦研究）がある。ここでは、オペレーションズ・リサーチの手法を用いて、最適配置問題を解くことを考える。オペレーションズ・リサーチの手法の一般的な手順は、次のようなものである。まず解こうとする現実問題を簡略化・モデル化し、数学的な定式化が可能な形にする。それから、最適化を行ない、解を求めるのである。

ここでは、オペレーションズ・リサーチの手法の一つである数理計画法を用いて、最適化問題を解くことを考えるので、以下簡単に、数理計画法において、広く用いられている用語の説明を与えておく。

決定変数：意思決定者（計画立案者）が、決定できる変数、あるいは制御できる変数を意味する。

目的関数：決定変数と最適化規準（すなわち問題の目的）との関係を与える関数のことである。この関数を定式化するとき、簡略化、モデル化の考えが利用される。

制約条件：決定変数が、取り得る値を制限する数式のことである。一般に等式、あるいは不等式によって表わされる。

これらの用語を使えば、最適化問題を解くことは、次のように表現できる。すなわち、制約条件の下で、目的関数の値を問題に応じて最大、あるいは最小にする決定変数の値を見つけることである。

2. 最適配置問題の数学的定式化

定量的な調論をするためには、まず、何をもちいて最適とするかという最適化規準を、はっきり定める必要がある。ここでは、最適化規準を、少なくとも1個所の地殻変動連続観測所によって検知される地震の個数が、最大であることと定める。ただし、同じ地震は1回しか数えない。このような最適化規準に従い、地殻変動連続観測所の最適配置を決定する問題を、数理計画法によって定式化する。

最適化問題は、一般的に、次のように定式化される。

不等式制約条件、

$$g_i(x_1, \dots, x_n) \leq 0 \quad i=1, \dots, m \quad (1)$$

及び等式制約条件、

$$h_j(x_1, \dots, x_n) = 0 \quad j=1, \dots, S \quad (2)$$

を満たし、目的関数、

$$Z(x_1, \dots, x_n)$$

を最大または最小にする (x^0_1, \dots, x^0_n) を見つけること。

ここで、 $x_k (k=1, \dots, n)$ は決定定数、 n は決定変数の数、 m は不等式制約条件の数、 S は

等式制約条件の数である。 g_i, h_j, Z のうち一つでも非線型ならば、非線型計画法と言われ、全てが線型ならば、線型計画法と言われる。決定変数 $x_k (k=1, \dots, n)$ が、整数値のみを取るとき整数計画法、整数のうち、0と1の値のみをとるとき、0-1 計画法と言われる。

地殻変動連続観測所の最適配置という問題における決定変数、制約条件、目的関数の具体的意味は、次の通りである。

決定変数を、 x_i と表わし、これは、 i という場所に設置するか、しないかを定める変数であり、0と1の値しかとらない。 $x_i=0$ のときは設置しないことを意味し、 $x_i=1$ のとき、設置することを意味する。制約条件は、予算つまり地殻変動連続観測所の設置個所の数である。数式で表わせば、

$$\sum_{i=1}^n x_i = L \quad (3)$$

と表わせる。ここで L は、これから設置しようとする地殻変動連続観測所の総数であり、 n は配置しようとする候補地の総数である。

目的関数を作るには、数理計画法においてセデル化と呼ばれている手続きが必要である。まず、検知行列というものを定義する。センサーを置く場所を j とし、地震の起こる場所を i とする。検知行列の (i, j) 成分は次のように定義する。もし i で起こる、あるマグニチュードの地震が、 j という場所のある検知限界をもったセンサーによって検知できるならば、 (i, j) 成分は1、もし検知できないならば、0とする。検知行列の行は、地震の起こる場所を示し、列はセンサーを置く場所を示す。このような検知行列を、 i という行について見る時、その行の1の総数は、 i という場所で起こる地震を検知する場所が何個所あるかを示している。今、 i という場所で起こる地震が、 n_i 個所で検知されるとし、 σ を適当な置換として、 $\sigma(1), \sigma(2) \dots \sigma(n_i)$ という場所で検知されるとする。われわれの最適化規準は、少なくとも1個所のセンサーで検地される地震の個数を最大にすることである。しかも、その時同じ地震は1回しか数えない。従って、われわれの求めたい目的関数の一つの項（第 i 項に対応）は、次の性質をもっていなければならない。すなわち、目的関数の第 i 項を f_i とすると、

$$\begin{aligned} f_i(x_1, x_2, \dots, x_n) &= f_i(x_{\sigma(1)}, x_{\sigma(2)}, \dots, x_{\sigma(n_i)}) \\ &= \begin{cases} 1 & (\text{少なくとも一つの } x_{\sigma(j)} \text{ が } 1 \text{ のとき}) \\ 0 & (\text{全ての } x_{\sigma(j)} \text{ が } 0 \text{ のとき}) \end{cases} \end{aligned} \quad (4)$$

となる関数であることが必要である。

このような関数は、 x の補数を使うと、陽な形で表現することができる。 x の補数を \bar{x} と表わし、次のような性質をもつ。

$x=1$ のとき、 $\bar{x}=0$ 、 $x=0$ のとき、 $\bar{x}=1$ 、つまり

$$\bar{x} = 1 - x$$

である。

この \bar{x} を用いると、 f_i は

$$f_i(x_{o(1)}, x_{o(2)}, \dots, x_{o(n_i)}) = 1 - \bar{x}_{o(1)} \cdot \bar{x} \cdots \bar{x}_{o(n_i)} \quad (5)$$

と表わせる。

証明) 少なくとも一つの $x_{o(j)}$ が1のとき、 $\bar{x}_{o(j)}$ は0となるから、右辺は1となり、左辺=1であるから正しい。

全ての $x_{o(j)}$ が0のとき、 $\bar{x}_{o(j)}$ は全て1となるから、右辺は0となり、このとき左辺も0であるから正しい。

従ってどのような場合でも左辺=右辺。(証明終り)

i という地震の起こる場所の重みを a_i とする。例えば、 a_i は1年間に起こる、あるマグニチュードの範囲の地震の総数などである。この a_i と $f_i(x_j)$ を使えば、目的関数 $Z(x_j)$ は次のように表わされる。

$$Z(x_j) = \sum_{i=1}^m a_i f_i(x_j) \quad (6)$$

ここで、 m は地震生起場所の総数である。この $Z(x_j) = Z(x_1, x_2, \dots, x_n)$

を、制約条件の下で最大にする $(x^0_1, x^0_2, \dots, x^0_n)$ を求めるならば、それが最適配置を与える。

3. 簡単な例

変数の少ない簡単な例を使って具体的に説明する。

いま、検知行列 D は表1のように与えられているとする。行は地震発生場所を示し、列はセンサー配置場所を示す。上記の理論によって、各 f_i を求める、

$$f_1(x_j) = 1 - \bar{x}_1 \cdot \bar{x}_2 \quad (7a)$$

$$f_2(x_j) = 1 - \bar{x}_1 \cdot \bar{x}_3 \cdot \bar{x}_5, \quad (7b)$$

$$f_3(x_j) = 1 - \bar{x}_2 \cdot \bar{x}_5, \quad (7c)$$

表1 簡単な例の場合の検知行列

地震生起場所とセンサー配置場所の数はそれぞれ5箇所。行は地震生起場所、列はセンサー配置場所を示す。もし、 i という場所に生じた地震が、 j という場所におかれたセンサーによって検知されるならば、行列の (i, j) 成分は1、検知されなければ0である。

Table 1 Detection matrix for a simple example. Both the number of the earthquake occurring places and that of the allocation places for sensors are five. The columns represent the earthquake occurring places, and the rows represent the allocation places for sensors. If the earthquakes occurring in i place can be detected by the sensor set in j place, (i, j) element of the matrix is one, otherwise zero.

表 1

| E/S | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|-----|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 2 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 3 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 4 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 5 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |

$$f_4(x_j) = 1 - \bar{x}_3 \cdot \bar{x}_4, \quad (7d)$$

$$f_5(x_j) = 1 - \bar{x}_4 \cdot \bar{x}_5 \quad (7e)$$

と表わされる。重みを、 $a_1=1, a_2=2, a_3=3, a_4=4, a_5=5$ とすると、目的関数 Z は、

$$\begin{aligned} Z &= \sum_{i=1}^5 a_i f_i \\ &= (1 - \bar{x}_1 \bar{x}_2) + 2(1 - \bar{x}_1 \cdot \bar{x}_3 \cdot \bar{x}_5) \\ &\quad + 3(1 - \bar{x}_2 \cdot \bar{x}_3) + 4(1 - \bar{x}_3 \cdot \bar{x}_4) \\ &\quad + 5(1 - \bar{x}_4 \cdot \bar{x}_5) \end{aligned} \quad (8)$$

となる。

制約条件は、センサーの設置総数を、2個とすると

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 2 \quad (9a)$$

すなわち、

$$\bar{x}_1 + \bar{x}_2 + \bar{x}_3 + \bar{x}_4 + \bar{x}_5 = 3 \quad (9b)$$

この制約条件の下で、目的関数 Z を最大にする $(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3, \bar{x}_4, \bar{x}_5)$ を求めればよい。

(9b)を満たす全ての \bar{x}_i の組み合わせは、 ${}_5C_2$

=10通りある。各組み合わせに対して、目的関数 Z を求めた結果を表2に示す。

従って、最大の Z を与える組み合わせは、

$$(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3, \bar{x}_4, \bar{x}_5) = (1, 1, 1, 0, 0)$$

すなわち $(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) = (0, 0, 0, 1, 1)$

及び

$$(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3, \bar{x}_4, \bar{x}_5) = (1, 1, 0, 1, 0)$$

すなわち $(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) = (0, 0, 1, 0, 1)$

となる。

従って、3区と5区、あるいは4区と5区にセンサーを置くのが最適である。

4. 日本列島への応用

上記の理論を、日本列島における地殻変動連続観測所の最適配置問題に応用してみる。余り繁雑になるのを避けるため、最初は大まかな知識を得るのが良いという考えから、日本列島全体を、 $2^0 \times 2^0$ メッシュで区分けした。地殻変動連続観測所の設置候補場所のメッシュ総数は23個、地震生起場所のメッシュ総数は35個とし(図1)、各メッシュに番号付けをした。1区から23区までは、センサーを置く候補地名と地震の起こる場所名とは共通であり、

表 2 簡単な例の場の全組み合わせとその時の目的関数の値。 $(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3, \bar{x}_4, \bar{x}_5) = (1, 1, 1, 0, 0)$ 及び、 $(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3, \bar{x}_4, \bar{x}_5) = (1, 1, 0, 1, 0)$ の時、目的関数は最大である。

Table 2 All the combinations and the values of the objective function for the simple example. The allocations $(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3, \bar{x}_4, \bar{x}_5) = (1, 1, 1, 0, 0)$ and, $(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3, \bar{x}_4, \bar{x}_5) = (1, 1, 0, 1, 1)$ give the maximum value to the objective function.

表 2

| \bar{x}_1 | \bar{x}_2 | \bar{x}_3 | \bar{x}_4 | \bar{x}_5 | Z |
|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-----|
| 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 14 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 14 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 11 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 11 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 11 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 13 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 11 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 10 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 7 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 9 |

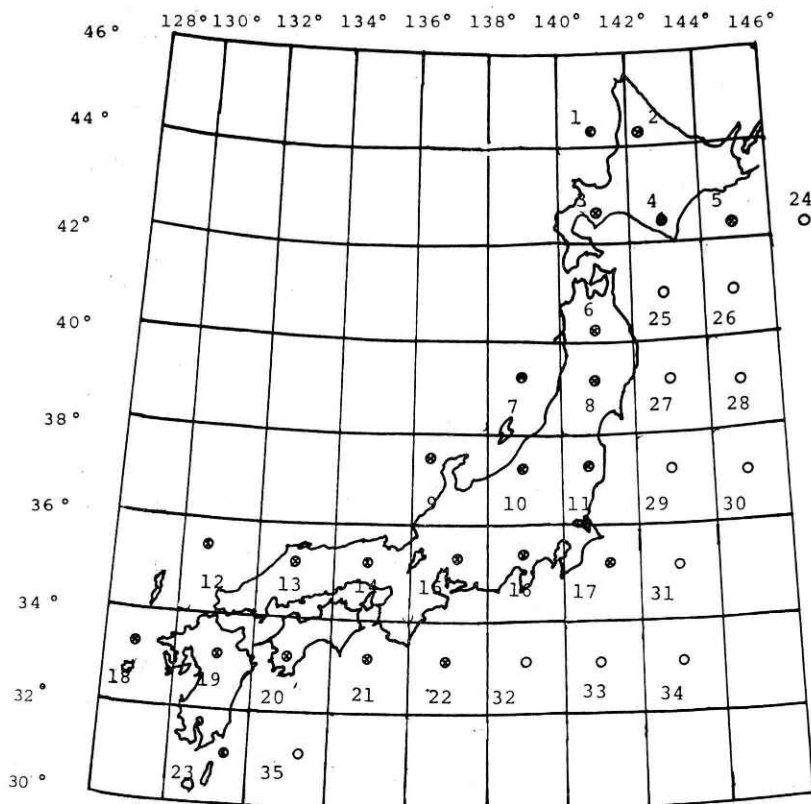


図1 日本列島を $2^{\circ} \times 2^{\circ}$ メッシュに区切った図。数字はメッシュの番号を示す。1~23区は地震発⽣場所及び地殻変動連続観測所配置場所であり、24~35区は地震発⽣場所である。

Fig. 1 $2^{\circ} \times 2^{\circ}$ mesh map of the Japanese islands. The numerals in the map show the mesh numbers. The numbers 1~23 show the earthquake occurring place and also the allocation places for the continuous crustal deformation observatories. The numbers 24~35 show only the earthquake occurring places.

24区から35区までは、地震の起こる場所である。図1には番号と地図上の位置の対応関係も示してある。

本来ならば、各メッシュ毎にサイスミシティの予測を行わなければならないけれども、その問題は、また一つの大きな問題であるから、敢えて考えないことにする。ここでは、単純に、過去に起こった地震の傾向が、将来にも引き続いて現われると考えて、計算を進めた。別の言い方をすれば、過去のある時点に観測所を設置する場合、どのような配置が最適であったかを計算するということである。ここではマグニチュードが7の地震に対して計算を行なった。従って、計算結果は、マグニチュードが7の地域に対する最適配置である。地震のデータは、気象庁のカタログ(気象庁、1958; 1966; 1968)から取った。使った

地震のマグニチュードの範囲は、6.6から7.5、深さは、60km以浅、期間は、1926年から1967年までとした。これらを全てマグニチュード7の地震と仮定し、各メッシュの中央の場所（奇数緯度、奇数経度）で起こるとした。各メッシュ毎に上記の条件を満足する地震の数を数え上げて、それを各地震生起場所に対する重み、とした。実際の計算においては、重み a_i の値は整数とするために100倍している。各 a_i の値は、表3に示す通りである。

マグニチュードが7に対応する断層モデルのパラメータとして小向・石井（1978）のTable 1に出ている値を採用した。震央は、断層の中心を通る鉛直上にあるとし、断層の走向は、全て南北方向で dip angle が 45° の dip-slip 型とした。このような断層によって

生じる歪及び傾斜を計算するには、Mansinha and Smylie (1971) の式及び山崎（1975）の式を用いた。それぞれのセンサー設置場所と地震生起場所との相対的位置関係に応じて、センサー設置場所に生ずる歪と傾斜を計算する。そのうち一つの成分でも、大きさが 1×10^{-8} （センサーの検知限界）を超える場合には、検知可能であるとして検知行列を作った。表4はこの検知行列を示す。行は地震生起場所、列はセンサー配置場所を示す。

検知行列が求まれば、上記理論に従って、目的関数は直ちに定式化される。その結果は次のようになる。

$$\begin{aligned}
 Z = & 850(1 - \bar{x}_3 \cdot \bar{x}_4 \cdot \bar{x}_5) + 1450(1 - \bar{x}_6) \\
 & + 1250(1 - \bar{x}_7 \cdot \bar{x}_8) + 250(1 - \bar{x}_9 \cdot \bar{x}_{10}) \\
 & + 200(1 - \bar{x}_9 \cdot \bar{x}_{10} \cdot \bar{x}_{11}) \\
 & + 1425(1 - \bar{x}_{10} \cdot \bar{x}_{11}) \\
 & + 300(1 - \bar{x}_{13} \cdot \bar{x}_{14} \cdot \bar{x}_{15}) \\
 & + 150(1 - \bar{x}_{14} \cdot \bar{x}_{15} \cdot \bar{x}_{16}) \\
 & + 100(1 - \bar{x}_{15} \cdot \bar{x}_{16} \cdot \bar{x}_{17}) \\
 & + 500(1 - \bar{x}_{16} \cdot \bar{x}_{17}) \\
 & + 200(1 - \bar{x}_{19} \cdot \bar{x}_{20} \cdot \bar{x}_{21}) \\
 & + 500(1 - \bar{x}_{20} \cdot \bar{x}_{21} \cdot \bar{x}_{22})
 \end{aligned}$$

表 3 日本列島への応用の場合の地震生起場所に対する重み a_i の値。マグニチュード 6.6~7.5 の地震に対する値。番号は図1を参照のこと。

Table 3 Weights a_i of the earthquake occurring places in the application to the Japanese islands. These values correspond to the earthquakes of Magnitudes 6.6~7.5. Refer to Fig. 1 for the numbers in this table.

表 3

| i | a_i | i | a_i | i | a_i | i | a_i |
|-----|-------|-----|-------|-----|-------|-----|-------|
| 1 | 0 | 11 | 1425 | 21 | 500 | 31 | 0 |
| 2 | 0 | 12 | 0 | 22 | 100 | 32 | 0 |
| 3 | 100 | 13 | 0 | 23 | 200 | 33 | 0 |
| 4 | 500 | 14 | 300 | 24 | 100 | 34 | 0 |
| 5 | 250 | 15 | 150 | 25 | 1100 | 35 | 100 |
| 6 | 50 | 16 | 100 | 26 | 300 | | |
| 7 | 300 | 17 | 500 | 27 | 875 | | |
| 8 | 75 | 18 | 0 | 28 | 150 | | |
| 9 | 250 | 19 | 0 | 29 | 725 | | |
| 10 | 200 | 20 | 200 | 30 | 50 | | |

表 4 日本列島への応用の場合の検知行列.

行は地震生起場所, 列は地殻変動連続観測所配置場所を示す. もし, i という場所に生じた地震が, j という場所に置かれた観測所によって検知されるならば, 行列の (i, j) 成分は1, 検知されなければ, 0である.

Table 4 Detection matrix in the application to the Japanese islands. The columns represent the earthquake occurring places, and the rows represent the allocation places for the continuous crustal deformation observatories. If the earthquake occurring in i place can be detected by the observatory (set) in j place, (i, j) element of the matrix is one, otherwise zero.

| S E | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 |
|--------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 2 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 3 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 4 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 5 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 6 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 7 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 8 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 9 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 10 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 11 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 12 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 13 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 14 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 15 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 16 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 17 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 18 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 19 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 20 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 21 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 22 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 23 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 24 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 25 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 26 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 27 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 28 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 29 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 30 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 31 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 32 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 33 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 34 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 35 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |

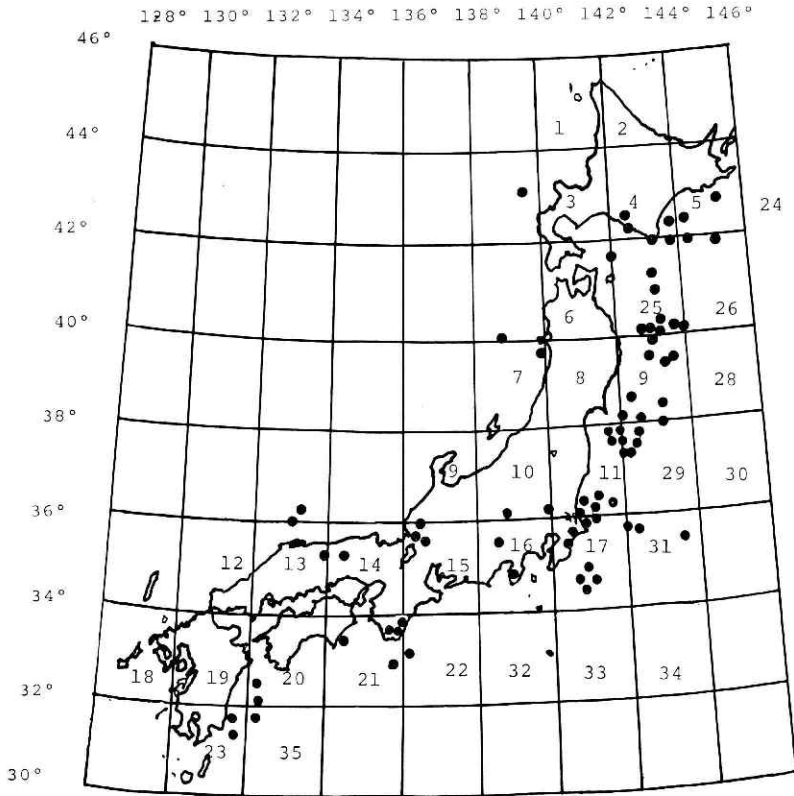


図 2 日本周辺で発生した地震の震央分布 (1926年~1967年). ただし, $6.6 \leq K \leq 7.5$, 深さ $h \leq 60\text{km}$ のもの (気象庁のデータによる).
 Fig. 2 Epicenters of earthquakes ($6.6 \leq M \leq 7.5$, $h \leq 60\text{km}$) in and around Japan during 1926-1967. (JMA, 1958, 1966, 1968).

$$\begin{aligned}
 &+ 100(1 - \bar{x}_{21} \cdot \bar{x}_{22}) \\
 &+ 200(1 - \bar{x}_{23}) \\
 &+ 100(1 - \bar{x}_4 \cdot \bar{x}_5) \\
 &+ 150(1 - \bar{x}_8) \\
 &+ 725(1 - \bar{x}_{11}) \\
 &+ 100(1 - \bar{x}_{23})
 \end{aligned} \tag{10}$$

制約条件は, 設置しようとする地殻変動連続観測所の数を, L とすると,

$$\sum_{j=1}^{23} \bar{x}_j = L \tag{11}$$

\bar{x}_j を使って書き直すと

$$\sum_{j=1}^{23} \bar{x}_j = 23 - L \tag{11'}$$

$L=1$ から $L=7$ まで、 L を変えた時の最適配置の計算結果を表5に示す。

ここでは ${}_{23}C_L$ 通りの全ての組み合わせに対して、目的関数を計算する方法をとった(陽的全組み合わせ列挙法)。その時、目的関数が最大となる組み合わせを求めることによって、最適配置が決定される。

例えば、 $L=4$ すなわち、4個所に配置する時の最適配置は、5区、6区、8区、11区、あるいは、4区、6区、8区、11区となる。大まかな地名で言えば、北海道中部または東部、東北北部、東北中東部、東北南西あるいは関東北東部に地殻変動連続観測所を設置するのが最適である。

議 論

この報告では最適化基準として、少なくとも1個所の地殻変動連続観測所に検知される地震の数(同じ地震はただ1回だけ数える)が最大という基準を採用した。この基準をAという記号で表わそう。

しかし、別の基準を採用してもよいし、複数の基準を幾つか、組み合わせたものを採用してもかまわない。どのような最適化基準を選ぶかは、意思決定者に大きく依存するものである。

Aという基準の他に、次のような最適化基準が考えられる。

- B) 少なくとも、同時に、2個所の地殻変動連続観測所で検知される地震の数を最大にする。
- C) 少なくとも、同時に、3個所の地殻変動連続観測所で検知される地震の数を最大にする。
- D) 検知可能面積を最大にする。
- E) 少なくとも1個所の地殻変動連続観測所で検知される地震の個数が最大で、しかも、

表5 日本列島への応用の場合の地殻変動連続観測所の最適配置。Lは地殻変動連続観測所の総数、区の番号に対応する地図上の位置は図1に示されている。

Table 5 The optimum allocations of the continuous crustal deformation observatories in the application to the Japanese islands. L denotes the number of the continuous crustal deformation observatories. The places in the map corresponding to the numbers in the table are shown in Fig. 1.

表 5

| L | 区名 |
|---|--|
| 1 | 11 |
| 2 | 6, 11 |
| 3 | 6, 8, 11 |
| 4 | 5, 6, 8, 11 4, 6, 8, 11 |
| 5 | 5, 6, 8, 11, 21 4, 6, 8, 11, 21 |
| 6 | 5, 6, 8, 11, 16, 21 4, 6, 8, 11, 16, 21 |
| 7 | 5, 6, 8, 11, 16, 21, 23 4, 6, 8, 11, 16, 21, 23 5, 6, 8, 11, 15, 17, 21 4, 6, 8, 11, 15, 17, 21 5, 6, 8, 11, 14, 17, 21 4, 6, 8, 11, 14, 17, 21 5, 6, 8, 11, 15, 16, 21 4, 6, 8, 11, 15, 16, 21 5, 6, 8, 11, 14, 16, 21 4, 6, 8, 11, 14, 16, 21 5, 6, 8, 11, 13, 16, 21 4, 9, 8, 11, 13, 16, 21 |

そのうち2個所で検知される地震の個数を最大にする、AとBとの組み合わせ、

その他、BとD、CとDとの組み合わせも考えられる。

ここで採用した基準Aは、定式化が容易であり、0-1型変数は各地殻変動連続観測所の設置候補地に対して、1個で済むという計算上の利点をもっている。日本列島への応用に際しては、決定変数の数は23個であった。検知した異常の信頼性を高めることに重点を置こうとするならば、B-基準、あるいは、C-基準などを採用するのが良いだろう。

もう一つ最適配置の決定に大きく影響を与えるものとして、各地震発生地域に与える重みの問題がある。これは結局、各地域における seismicity の予測という重大かつ困難な問題に帰着する。seismicity の予測に関しては様々な議論がある。統計学的及び確率論的な方法 (Kagan & Knopoff, 1977)、活断層などによる地質学的方法 (松田, 1976; Anderson, 1979)、プレートテクトニクスによる方法 (Molnar, 1979)、ウィナーフィルターによる方法 (石川と宮武, 1978) などがある。その中で、ウィナーフィルターを使って、将来の seismicity の予測を行うことは、有望な方法であろう。あるいは種々の方法で予測を行ない、それぞれの予測に対して最適配置を計算し、最終的な配置を決定するというやり方もあるだろう。この報告では、過去にどのように配置するのが最適であったかを計算せざるを得なかった。しかし、ここで得られた結果でも、大体の傾向は示していると思われる。

実際の計算では日本列島に対して、 $2^{\circ} \times 2^{\circ}$ メッシュという粗い区分けをしたけれども、もう少し細かく、 $1^{\circ} \times 1^{\circ}$ メッシュ程度に区分けする方が良いだろう。その時には、メッシュの総数(すなわち決定変数の数)は約60個になる。ここで使用した計算プログラムでは、一つの組み合わせに対して約1msecの計算時間が必要である(ACOS-600)。仮に、5個所地殻変動連続観測所を設置しようという時には、組み合わせの総数は、

$${}_{60}C_5 \approx 6.5 \times 10^6$$

となる。従って計算時間は、

$$6.5 \times 10^6 \times 10^{-3} = 6.5 \times 10^3 \text{sec} \approx 2 \text{hr}$$

これは十分計算可能な時間である。しかし、もし10個所設置しようとする時には、組み合わせの総数は

$${}_{60}C_{10} \approx 6 \times 10^{10},$$

計算時間は、

$$6 \times 10^{10} \times 10^{-3} = 6 \times 10^7 \text{sec} \approx 3 \text{years}$$

となり、これは事実上不可能なほど、長い時間である。このような場合、陽的全組み合わせ列挙法は実際上使えなくなる。

整数計画法は現在発展中の分野であり、このような整数型最適化問題を効率良く解くアルゴリズムも、幾つか考え出されてきているけれども、大規模な問題(変数の数が1000個程度)を解くのはまだ難しい段階である。現在のところ、0-1計画法の問題を解くのに最も効

率が良いとされているのは、Implicit Enumeration 法陰的列挙法と代理制約とを組み合わせた方法であろう (Balas, 1965; Balas, 1967; Glover, 1965; Geoffrion, 1969)。代理制約というのは、幾つかの制約条件を組み合わせて作った、一つの条件である。適当な正の重みをそれぞれの制約条件に掛けて加えると一つの新しい制約条件が得られる。この中で最も苛酷な(最も満たされにくい)条件を作りあげ、それを新たに制約条件に付け加えて Implicit Enumeration 法を適用すれば、計算効率が改善されることが、実験的にも分かっている。この方法を用いれば、変数の数が100程度なら、可能な時間範囲内で計算は終了するだろう。

計算の便宜のためマグニチュード7の地震を対象に計算を行なったが、実用的には、ある規模以上たとえばマグニチュード7以上の地震を全て対象にすべきであろう。また、余震をも含めた統計になっているので大きな地震の発生した場所にウェイトを置いたことになっている。これらの諸点を考慮した計算は将来の課題である。

謝 辞

この問題を勧めて下さった浜田和郎博士、原稿を読んで助言をいただいた藤縄幸雄博士、及びプログラムの一部を借用させていただきました石田瑞穂博士に感謝致します。

参 考 文 献

- 1) Anderson J. G. (1979): Estimating the seismicity from geological structure for seismic-risk studies. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, **69**, 135-158.
- 2) Balas, E. (1965): An additire algorithm for solving linear programs with zero-one variables. *Opns. Res.*, **13**, 517-546.
- 3) Balas, E. (1967): Descrete programming by the filter method. *Opns. Res.*, **5**, 915-957.
- 4) Geoffrion, A. M. (1969): An improved implicit enumeration approach for integer programming. *Opns. Res.*, **17**, 437-454.
- 5) Glover, F. (1965): A multiphase-dual algorithm for the zero-one ingeter programming problem. *Opns. Res.*, **6**, 879-919.
- 6) 石川有三, 宮武隆 (1978): ウィルナーフィルターの適用による地殻変動・地震活動データの予測の試み. *地震*, **31**, 73-86.
- 7) Kagan, Y. and L. Knopoff (1977): Earthquake risk Prediction as a stochastic process. *Phys. Earth. Planet. Inter.*, **14**, 97-108.
- 8) 気象庁 (1958): 日本付近の主要地震の表 (1929~1959). 地震月報別冊1.
- 9) 気象庁 (1966): 日本付近の主要地震の表 (1957~1962). 地震月報別冊2.
- 10) 気象庁 (1968): 日本付近の主要地震の表 (1963~1967). 地震月報別冊3.
- 11) 小向洋一郎, 石井紘 (1978): 東北大学における地震地殻変動の検知能力について; (II) 地殻変動. *地震*, **31**, 445-455.
- 12) Mansinha, L. and Smilie, D. E. (1971): The displacement fields of inclined faults. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, **61**, 1433-1440.
- 13) 松田時彦 (1976): 活断層と地震予知. 地震予知研究シンポジウム, 194-202.
- 14) Molnar, P. (1979): Earthquake recurrence intervals and tectonics. *Bull. Seismol. Soc.*

Am., **69**, 115-133.

- 15) Shimazaki, K. (1972): Where should we set up a new crustal deformation observatory in Japan? *Tectonophysics.*, **15**, 255-261.
- 16) 山崎謙介 (1975): 傾いた断層による地表での永久歪みと傾斜. 地震, 第2輯, **28**, 215-217.
(1979年12月20日 原稿受理)

付 録

陽的全組み合わせ列挙法による最適配置決定の FORTRAN プログラム、及び検知行列を求める FORTRAN プログラム。

付録 1

```

1      CC      SYSTEMATIC EXHAUSTIVE ENUMERATION FOR COMMUTATION NUMBER
2      CC      SYSENU  9/18-1979  M.K
3      DIMENSION IX(100),IIX(100)
4      N=23
5      IZ0=999999
6      DO 9999 I1=1,7
7      LO=I1
8      WRITE(6,6000) LO
9      6000  FORMAT(1H1,/,/15)
10     L=N-LO
11     N1=N-1
12     L1=L+1
13     DO 100 I=1,L
14     100  IX(I)=1
15     DO 101 J=L1,N
16     101  IX(J)=0
17     GO TO 1000
18     10  CONTINUE
19     DO 110 K=1,N1
20     I10=IX(K)+10+IX(K+1)
21     IF(I10.NE.10) GO TO 110
22     IX(K)=0
23     IX(K+1)=1
24     IF(K.LE.2) GO TO 1000
25     IA=IX(K-1)
26     IF(IA.EQ.0) GO TO 1000
27     K1=K-1
28     DO 200 J=2,K1
29     IB=IX(K-J)
30     IF(IB.EQ.1) GO TO 200
31     JA=J-1
32     DO 300 J1=1,JA
33     JJ=K-J+J1
34     300  IX(JJ)=0
35     DO 310 J2=1,JA
36     310  IX(J2)=1
37     GO TO 1000
38     200  CONTINUE
39     GO TO 1000
40     110  CONTINUE
41     GO TO 9999
42     1000 CONTINUE
43     IZ=IX(4)*IX(5)*(850+IX(3)+100)+1450*IX(6)+1250*IX(7)+IX(8)
44     1  +IX(9)*IX(10)*(250+200*IX(11))+1425*IX(10)+IX(11)
45     2  +IX(14)*IX(15)*(300*IX(13)+150*IX(16))
46     3  +IX(16)*IX(17)*(100*IX(15)+500)
47     4  +IX(20)*IX(21)*(200*IX(19)+500+IX(22))
48     5  +100*IX(21)+IX(22)+300*IX(23)+150*IX(8)+725*IX(11)
49     IF(IZ.GT.IZ0) GO TO 10
50     IZ0=IZ
51     IZ1=8550-IZ0
52     DO 500 K=1,N
53     IF(IX(K).EQ.0) GO TO 50
54     IIX(K)=0
55     GO TO 500
56     50  IIX(K)=K
57     500  CONTINUE
58     WRITE(6,6100)(I21,(IIX(K),K=1,N))
59     6100  FORMAT(1H0,20I5)
60     GO TO 10
61     9999 CONTINUE
62     STOP
63     END

```

地殻変動連続観測所の最適配置の決定—窪田

付録 2—(1)

```

1      CC      DETECTION MATRIX FOR OPTIMIZATION
2      COMMON/COMFLW/FL,FW,D1,D2,UD,US,XX,Y,CR,S,C2,S2,SC,SC2,SC3
3      COMMON/COMTIL/TH1,TH2,PH1,PH2,PH31,PH32
4      DIMENSION SP(100,2),F(100,2),IBM(100,100)
5      DIMENSION IG(100,100),IGG(100)
6      READ(5,5000) N,M,R
7      5000  FORMAT(2I3,F12.5)
8      READ(5,5100)(SP(I,1),SC(I,2),I=1,N)
9      5100  FORMAT(10F8.2)
10     READ(5,5100)(E(I,1),F(I,2),I=1,M)
11     READ(5,3005) DEG,FL,FW,UD,US
12     3005  FORMAT(5F10.4)
13     SE=1.0F-08
14     PAI=3.14159265358979
15     P=PAI/180.0
16     TH=DEG*P
17     S=SIN(TH)
18     C=COS(TH)
19     D1=30.0/S*FW/2.0
20     D2=D1-FW
21     WRITE(6,6000)
22     6000  FORMAT(1H1,8X,3HDEG,8X,2HF1,8X,2HFW,8X,2HD1,8X,2HD2,8X,2HUD,
23     1      8X,2HUS)
24     WRITE(6,6100) DEG,FL,FW,PH1,D2,UD,US
25     6100  FORMAT(5X,7F10.4)
26     WRITE(6,6950)
27     6950  FORMAT(1H0,5X,1HX,9X,1HY,9X,3HU11,12X,3HU12,12X,3HU21,
28     C      12X,3HU22,12X,3HU31,12X,3HU32)
29     C2=C**2
30     S2=S**2
31     SC=S/C
32     SC2=SC**2
33     SC3=SC2*SC
34     DO 100 K=1,M
35     DO 200 J=1,N
36     TH1=E(K,1)*P
37     TH2=SP(J,1)*P
38     F11=E(K,2)*P
39     F12=SP(J,2)*P
40     X=(TH2-TH1)*R
41     YA=COS(TH2)*COS(TH2)+COS(F11-F12)+SIN(TH2)*SIN(TH2)
42     AA=ACOS(YA)
43     Y1=ABS(R*AA)
44     IF(F11-F12) 10,11,12
45     10    Y=-Y1+30.0*C/S
46     11    Y=30.0*C/S
47     12    Y=Y1+30.0*C/S
48     CALL STILTF
49     AU31=ABS(U31)
50     AU32=ABS(U32)
51     AU11=ABS(U11)
52     AU22=ABS(U22)
53     IF(AU31.GE.SE) GO TO 20
54     IF(AU32.GE.SE) GO TO 20
55     IF(AU11.GE.SE) GO TO 20
56     IF(AU22.GE.SE) GO TO 20

```

付録一(2)

```

57          IDM(J,K)=0
58          GO TO 200
59          20  IDM(J,K)=1
60          WRITE(6,7000)X,Y,U11,U12,U21,U22,U31,U32
61          7000 FORMAT(2F10.4,6E15.7)
62          200 CONTINUE
63          WRITE(6,6110) K
64          6110 FORMAT(1H0,I3)
65          DO 150 I=1,N
66             IF(IDM(I,K).EQ.1) GO TO 40
67             GO TO 150
68          40  WRITE(6,6200) I
69          6200 FORMAT(2H0,I10I3)
70          150 CONTINUE
71          100 CONTINUE
72          WRITE(6,6500)((IDM(J,K),J=1,N),K=1,M)
73          6500 FORMAT(1H0,23I4)
74          L=5
75          M1=2*M+1
76          DO 300 I=1,M1
77             IGC(I)=0
78          300 CONTINUE
79             IGC(1)=L-N
80             DO 101 J=1,N
81                IG(1,J)=1
82          101 CONTINUE
83             DO 110 J=1,M
84                IG(1,J+N)=0
85          110 CONTINUE
86             M1=N+M
87             DO 120 K=1,M
88                K1=2*K
89                DO 130 I=1,N1
90                   IG(K1,I)=0
91                   IG(K1+1,I)=0
92          130 CONTINUE
93          120 CONTINUE
94             DO 140 K=1,M
95                IG1=0
96                K2=2*K
97                DO 151 J=1,N
98                   IF(IDM(J,K).EQ.1) GO TO 15
99                   GO TO 21
100          15 CONTINUE
101             IG(K2,J)=-1
102             IG(K2+1,J)=1
103          21  IG1=IDM(J,K)+IG1
104          151 CONTINUE
105             IF(IG1.LE.0) GO TO 140
106             IGC(K2)=IG1=1
107             NK=N+K
108             IG(K2,NK)=1
109             IG(K2+1,NK)=-IG1
110          140 CONTINUE
111             WRITE(6,2000)(IGC(K),(IG(K,J),J=1,N1),K=1,M1)
112          2000 FORMAT(1H0,20I4)
113             PUNCH 1000,(IGC(K),(IG(K,J),J=1,N1),K=1,M1)
114          1000 FORMAT(20I4)
115          STOP
116          END

```


地殻変動連続観測所の最適配置の決定—窪田

付録一(1)

```

1  SUBROUTINE STILTF
2  COMMON/COMFLW/FL,FW,D1,D2,U1D,US,X,Y,C,S,C2,S2,SC,SC2,SC3
3  COMMON/COMTIL/U11,U12,U21,U22,U31,U32
4  DIMENSION XS(4),DS(4),U11D(4),U12D(4),U21D(4),U22D(4),U31D(4),
5  1  U32D(4),U11S(4),U12S(4),U21S(4),U22S(4),U31S(4),U32S(4)
6  REAL K
7  PA112=3.14159265358979*12.0
8  XS(1)=FL
9  XS(2)=-FL
10 XS(3)=FL
11 XS(4)=-FL
12 DS(1)=D1
13 DS(2)=D1
14 DS(3)=D2
15 DS(4)=D2
16 DO 300 I=1,4
17   XA=XS(I)
18   D=DS(I)
19   YA=D*C
20   ZA=D*S
21   XXA=X-XA
22   YYA=Y-YA
23   XXA2=XXA**2
24   YYA2=YYA**2
25   ZA2=ZA**2
26   R2=XXA2+YYA2+ZA2
27   R=SQRT(R2)
28   R3=R*R2
29   RR=Y*S
30   RRR=Y*C
31   RR2=RR**2
32   RD=RRR-D
33   RD2=RD**2
34   RXA=R+XXA
35   RRD=R+RD
36   RMRD=R-RD
37   RZA=R+ZA
38   H=SQRT(RR2+RD2)
39   K=SQRT(XXA2+RR2)
40   RZA2=RZA*RZA
41   RXA2=RXA*RXA
42   RRD2=RRD*RRD
43   RMRD2=RMRD*RMRD
44   CC=((H+ZA)*(R+H))**2+(XXA*YYA)**2
45   B1=(R+H)*(RR*S+RD*C)/H
46   B2=(H+ZA)*(YYA/R+(RR*S+RD*C)/H)
47   F1=YYA*(H+ZA)*(R+H-XXA2/R)/CC
48   E2=XXA*((H+ZA)*(R+H)-YYA*(B1+B2))/CC
49   AA=(XXA*RD*C)**2+(RD*K*S-(K-RR*C)*(R-K))**2
50   F1=RD*C*(XXA2*(RD*S-R*K-(K-RR*C)*(K/R-1.0))/K
51   1  -RD*K*S+(K-RR*C)*(R-K))/AA
52   F2=XXA*RD*C*(K*C*S+(RD*R*K*S2-(RR-K*C)*(R-K))+S
53   1  -(K-RR*C)*(K*YYA-RR*R*S)/R)/K
54   1  +C*((K-RR*C)*(R-K)/RD-K*S)/AA
55   RB=(RR*R)**2+(XXA*RD)**2
56   G1=RR*RD*(R-XXA2/R)/RB

```

付録一(2)

```

57      G2=XXA*(RR*R*C-RD*(RP*YYA/R+R*S))/BB
58      U11D(1)=3.0*XXA*(YYA*S*(1.0/RZA2-2.0/R2)
59      1   -C*(1.0/RZA+2.0*ZA/R2)+(1.0/RZA-S/RMRD)/C)/R
60      U12D(1)=3.0*(S*(2.0/R-1.0/RZA)+YYA*(YYA*S*(1.0/RZA2-2.0/R2)
61      1   -C*(1.0/RZA+2.0*ZA/R2)+(1.0/RZA-S/RMRD)/C)/R)
62      U21D(1)=3.0*S*((R*RZA-XXA2)/(R*RZA2)
63      1   -2.0*YYA2*(XXA*(P+RXA)+R2)/(R3*RXA2))
64      2   -3.0*C*(2.0*YYA*ZA*(XXA*(R+RXA)+R2)/(R3*RXA2)
65      3   +2.0*E1-3.0*G1)+6.0*F1/C
66      U22D(1)=3.0*YYA*S*(-XXA/(R*RZA2)
67      1   +2.0*(2.0*R2*RXA-YYA2*(R+RXA))/(R3*RXA2))
68      2   -3.0*C*(-2.0*ZA*(R2*RXA-YYA2*(R+RXA))/(R3*RXA2)
69      3   +2.0*E2-5.0*G2)+6.0*F2/C
70      U31D(1)=3.0*(S*(2.0*YYA*ZA*(XXA*(R+RXA)+R2)/(R3*RXA2)
71      C   -2.0*E1+3.0*G1)+2.0*ZA2*C*(XXA*(R+RXA)+R2)/(R3*RXA2))
72      U32D(1)=3.0*(S*(2.0*ZA*(YYA2*(R+RXA)-R2*RXA)/(R3*RXA2)
73      C   -2.0*E2+3.0*G2)
74      C   +2.0*ZA2*C*YYA*(R+RXA)/(R3*RXA2))
75      U11S(1)=(2.0*RR*(R2*RPD-XXA2*(R+RRD))/RRD2
76      C   -2.0*(R2*RMPD-XXA2*(R+RMRD))/RMRD2)/R2
77      C   -3.0*SC*(R*PZA-XXA2)/RZA2)/R+6.0*(G1-SC2*F1)
78      U12S(1)=(2.0*XXA*(R2*PRD*S-RR*(YYA*(R+RRD)+R2*C))/RRD2
79      C   -2.0*(R2*RMPD*S-RR*(YYA*(R+RMRD)-R2*C))/RMRD2)/R2
80      C   +3.0*XXA*YYA*SC/RZA2)/R+6.0*(G2-SC2*F2)
81      U21S(1)=XXA*(S*(3.0*S/(RZA*C2)-1.0/RRD-(1.0+3.0*SC2)/RMRD
82      C   -2.0*RR2*(R+RRD)/RPD2-2.0*(R+RMRD)/RMRD2)/R2)
83      C   +3.0*(YYA*SC/RZA2-2.0*RR*C/R2))/R
84      U22S(1)=(S*(3.0*S*YYA/(RZA*C2)-(YYA*R*C)/RRD
85      C   -(1.0+3.0*SC2)*(YYA-R*C)/RMRD+2.0*RR*(2.0*R2*RRD*S
86      C   -RR*(YYA*(R+RRD)+R2*C))/RRD2-2.0*(2.0*R2*RMRD*S
87      C   -RR*(YYA*(R+RMRD)-R2*C))/RMRD2)/R2)+3.0*(2.0*C*(R2*S
88      C   -RR*YYA)/R2-SC*(R*RZA-YYA2)/RZA2))/P
89      U31S(1)=XXA*(C*(1.0/RRD+(1.0+3.0*SC2)/RMRD-3.0*S/(RZA*C2))
90      C   -RR*(6.0*S-2.0*RR*(R+RRD))/RRD2
91      C   +4.0*RRR*S*(R+RMRD)/RMRD2)/R2)/R
92      U32S(1)=(C*(YYA*R*C)/RRD+(1.0+3.0*SC2)*(YYA-R*C)/RMRD
93      C   -3.0*YYA*S/(RZA*C2))+6.0*S*(R2*S-RP*YYA)
94      C   -2.0*RR*C*(2.0*R2*RPD*S-RR*(YYA*(R+RRD)+R2*C))/RRD2
95      C   +4.0*RR*S*(2.0*R2*RMRD*C-RRR*(YYA*(R+RMRD)-R2*C))/RMRD2)
96      C   /R2)/R
97      300 CONTINUE
98      U11=((U11D(1)-U11D(2)-U11D(3)+U11D(4))*UD
99      C   +(U11S(1)-U11S(2)-U11S(3)+U11S(4))*US)/PA112
100     U12=((U12D(1)-U12D(2)-U12D(3)+U12D(4))*UD
101     C   +(U12S(1)-U12S(2)-U12S(3)+U12S(4))*US)/PA112
102     U21=((U21D(1)-U21D(2)-U21D(3)+U21D(4))*UD
103     C   +(U21S(1)-U21S(2)-U21S(3)+U21S(4))*US)/PA112
104     U22=((U22D(1)-U22D(2)-U22D(3)+U22D(4))*UD
105     C   +(U22S(1)-U22S(2)-U22S(3)+U22S(4))*US)/PA112
106     U31=((U31D(1)-U31D(2)-U31D(3)+U31D(4))*UD
107     C   +(U31S(1)-U31S(2)-U31S(3)+U31S(4))*US)/PA112
108     U32=((U32D(1)-U32D(2)-U32D(3)+U32D(4))*UD
109     C   +(U32S(1)-U32S(2)-U32S(3)+U32S(4))*US)/PA112
110     RETURN
111     END

```