

# Short Gravity Wave の方向スペクトル幅について

藤縄幸雄\*・松本一郎†・渡部勲\*\*

国立防災科学技術センター

## An Directional Spreading of Short Gravity Waves

By

Yukio Fujinawa\*, Ichiro Matsumoto† and Isao Watabe\*\*

National Research Center for Disaster Prevention, Japan

### Abstract

Laboratory measurement of directional spectrum of short gravity waves was made by the use of a capacitance type wave gauge array. Measurement was made for four fetches (1.27m, 2.27m, 3.27m, 4.27m) and for four friction velocities ( $U_* = 14.5 \text{cms}^{-1}$ ,  $18.2 \text{cms}^{-1}$ ,  $21.8 \text{cms}^{-1}$ ,  $28.0 \text{cms}^{-1}$ ). Half width of directional distribution was adopted as an indicator of directional spreading. No systematic tendency of half width in relation to wave number, fetch or wind speed was detected. Half width  $\phi_h$  was found to be in the range  $40^\circ \leq \phi_h \leq 60^\circ$ .

### 1. はじめに

前報(藤縄等, 1978)では, 周波数が数 Hz 程度の短い波浪の波速について風洞水槽実験によって調べ, 風速をパラメーターとして経験則を導くと共に, 吹逆流の効果, 気流の効果, 方向分散の効果等について検討を行った. この稿では, さらに short gravity 波の2次元特性について調べたので報告する.

### 2. 波速の再計算

前報(藤縄等, 1978)において算出した波速の計算に若干の問題があったので再計算を行った. すなわち, 測定されるクロス・スペクトル(コヒーレンス  $\Gamma^2$ , 位相差  $\varphi$ )が,

$$\Gamma^2 e^{i\varphi} = \int_{-\pi}^{\pi} D(\theta) e^{-ik(x \cos \theta + y \sin \theta)} d\theta \quad (1)$$

と表わすことができるので, この関係を使って,  $\Gamma^2$ ,  $\varphi$  から波数  $k$  を算出した. ここに  $x$ ,  $y$  はクロス・スペクトルの求める位置の座標であり,  $\theta$  は波の進行方向の角度,  $D(\theta)$  は波

\* 第2研究部地殻変動研究室

† 東海大学海洋学部 Tokai University

\*\*平塚支所沿岸防災第1研究室 Hiratsuka Branch

浪のエネルギーの方向分布である。この方程式をニュートンの方法で解くとき、求まる波数  $k_0$  には、

$$2\pi/|(x \cos\theta + y \sin\theta)|$$

の整数倍だけの不定さが生ずる。前報では、この点を考慮しないで、 $k$  の初期値として、ドップラー効果を考えないときの分散関係より得られたものを使ったので、求められた解が高次の解になっている可能性がある。今回はこの周期性に留意して、再計算を行った。しかし個々のデータに違いがでたものの、全体としての結果は、ほとんど違っていなかった。使用した波高計が7本であるので、独立なクロス・スペクトルの個数は、 $7 \times 6/2 = 21$ 個であり、式(1)の実数部・虚数部各々から波数  $k_0$  が  $21 \times 2 = 42$ 個算出できる。これ等の  $k_0$  は、本来同一であるはずであるが、測定誤差、統計誤差などのために同一とならず、平均値のまわりにはばらつく。その“ばらつき”は、波の周波数エネルギー・スペクトルのピークの位置で最も小さい。

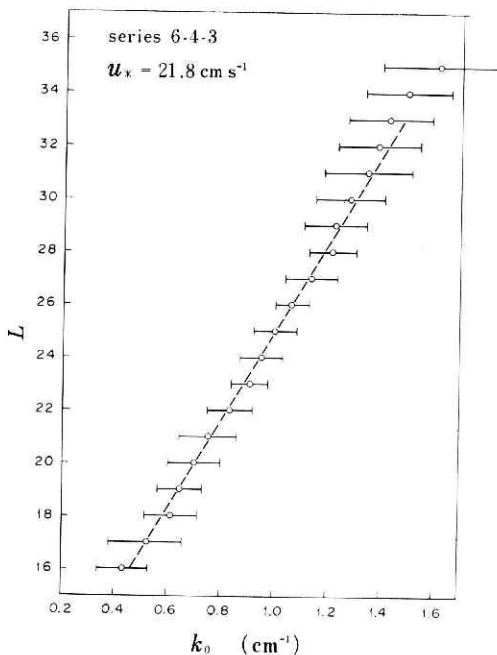


図1 見かけ上の周波数  $f_a$  を縦軸にとり（ただし、 $f_a = 0.225L$ ）、測定された波数  $k_0$  に対してプロットした例。図中の白抜き印が  $k_0$  の平均値であり、横軸に平行な線分は、 $k_0$  の平均値の周りでの標準偏差を示す。フェッチが  $4.27\text{m}$ 、摩擦速度が  $U_* = 21.8\text{cm s}^{-1}$  の場合のもの。

Fig. 1 Simultaneous plots of apparent frequency  $f_a$  ( $f_a = 0.225L$ ) and observed wave number  $k_0$ . Open circle in the figure shows mean value of  $k_0$ , and parallel lines through the circles indicate rms of  $k_0$ .

い。図1に、その一例を示す。横軸に測定された波数の平均値  $k_0$  を示し（○印）、縦軸には見かけ上の周波数  $f_a$  をスペクトルラゲ  $L$  ( $f_a = 0.225L$ ) でとってある。図中の点線は測定値に最もあうような直線であり、少なくともこの範囲内では、 $k_0$  は周波数と一次の関係にあることがわかる。平均値の両端に延びている水平の線分の大きさが、測定データの標準偏差を示す。 $k_0 = 0.9\text{cm}^{-1}$  あたりが周波数エネルギー・スペクトルのピークであり、この近くで標準偏差が最も小さくその両側では大きくなっている。これはフェッチが  $3.27\text{m}$ 、摩擦速度が  $21.8\text{cm s}^{-1}$  の場合であるが、他の場合も傾向は同じである。

波数  $k$  が求まれば方向スペクトル分布が計算できるのであるが、波数  $k_0$  と見かけ上の周波数  $f_a$  との経験的關係を使うと便利である。前報に示したように、周波数偏差はドップラー効果を含めて大部分の効果は、風速のみに依存する。ただ、方向分散の効果のみは成分波のエネルギー・スペクトルの相対的な位置に関係するが、それは全体

図 2 測定された波数 $k_o$ は、見かけ上の周波数 $f_a$ に対してよい精度で線形に關係する。この關係は風速にのみ依存し、フェッチに依存しないので、四つのフェッチに対する平均として求めたのがこの図である。

Fig. 2 Observed wave number  $k_o$  is proportional to apparent frequency  $f_a$ . The relation is independent of fetch. The line in the figure is mean for four fetches.

として小さい。よって經驗式を作るとき、風速一定の四つの run についての平均によって求める。図 2 にその例を示す。風速ごとの實驗式を示すと、

$$U_* = 14.0 \text{ cm s}^{-1}; k_o = 0.060L - 0.548 (\text{cm}^{-1})$$

$$U_* = 18.2 \text{ cm s}^{-1}; k_o = 0.062L - 0.538 (\text{cm}^{-1})$$

$$U_* = 21.8 \text{ cm s}^{-1}; k_o = 0.062L - 0.569 (\text{cm}^{-1})$$

$$U_* = 28.0 \text{ cm s}^{-1}; k_o = 0.057L - 0.458 (\text{cm}^{-1})$$

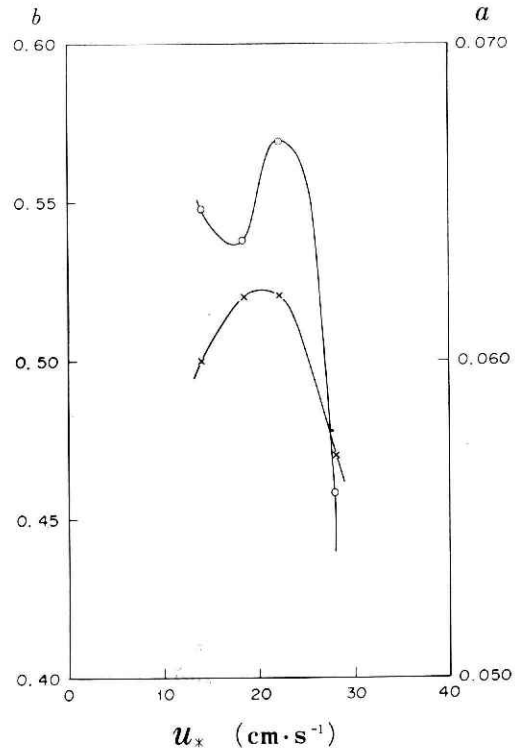
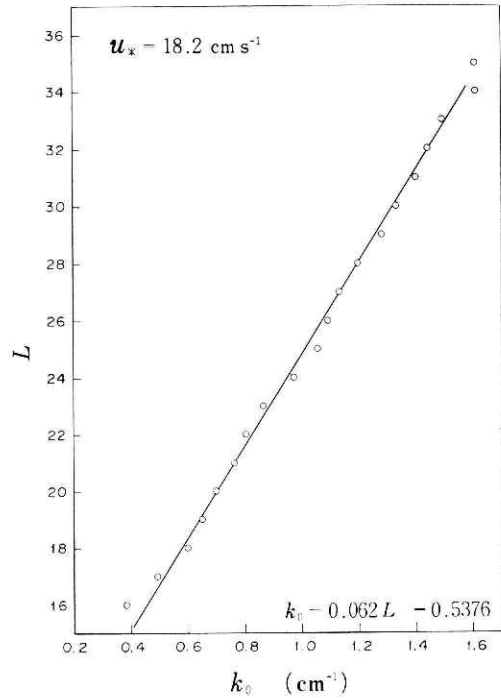
となる。ただし、 $U_* = 28.0 \text{ cm s}^{-1}$  の場合には、 $k_o$  が大きな領域で直線の關係からの系統的に“ずれ”がある。

$$k_o = aL - b$$

として、 $a$ 、 $b$  を  $U_*$  に対してプロットしたものが図 3 である。この図からわかるように、關係は単純ではなく、任意の風速の場合に使える經驗式を得るに至らない。

図 3 關係  $k_o = aL + b$  を仮定して、係数  $a$ 、 $b$  の摩擦速度  $U_*$  に対する關係。摩擦速度の全域にわたる系統的な傾向はみられない。

Fig. 3 Coefficients  $a$  and  $b$  in an assumed relation  $k_o = aL + b$  to friction velocity  $U_*$ . No systematic relation can be seen applicable in the whole velocity range.



### 3. 方向分布

複数個の波高計を用いた波浪の方向スペクトルの計算は Barber (1961), Fujinawa (1971) によった。採用したアレイの内の任意の対の separation vector  $\mathbf{x}_i$  におけるクロス・スペクトル  $R(\mathbf{x}_i)$  から Barber の方法による見かけ上の方向スペクトル  $E'(\theta)$  を求める。波高計の配置から決まる構造関数を  $H$  とすると、真のスペクトル  $E$  は Fredholm の第1種積分方程式

$$E' = \int H(\mathbf{k} - \mathbf{k}') F(\mathbf{k}) d\mathbf{k}, \quad F(\mathbf{k}) = F(k, \theta) \propto E(\theta)$$

を解いて求まる。この方程式の解  $\tilde{E}(\theta)$  が、真のスペクトル  $E(\theta)$  と一致するための条件については、Fujinawa (1971) を参照のこと。我々は対象とする周波数数ヘルツの波浪が再生できるように、波高計アレイのスパンを決めた (前報参照)。

図4に方向分布の一例を示す。この図の中で  $E'$  (○印) は Barber の方法で求めた見かけ上の方向スペクトルであり、 $\tilde{E}$  (●印) は、Fujinawa (1971) の方法で再生した方向スペクトルである。方向分布をエネルギーピークを中心とした半値巾  $\phi_h$ 、又は  $\cos^S(\theta - \theta_0)$  の形で表わした指数で表わし、 $\phi_h^{(a)}$ 、 $S^{(a)}$  をスペクトル分布  $E'$  に対するもの、 $\phi_h$ 、 $S$  をスペクトル分布  $\tilde{E}$  に対するものとする。

$$\phi_h^{(a)} = 77.9^\circ, \quad S^{(a)} = 2.76$$

$$\phi_h = 57.8^\circ, \quad S = 5.34$$

となる。図からもわかるように見かけ上のスペクトル分布  $E'(\theta)$  は“真”のスペクトル  $\tilde{E}(\theta)$  よりかなり幅広い。しかし、ここで注意しなければならないことは、 $\tilde{E}(\theta)$  が必ずしも真の分布  $E(\theta)$  に等しくないことがある。すなわち、上の積分方程式を解く際に付随する誤差があること、あるいは我々の関心外の解の出現するという事に留意しなければならない。そ

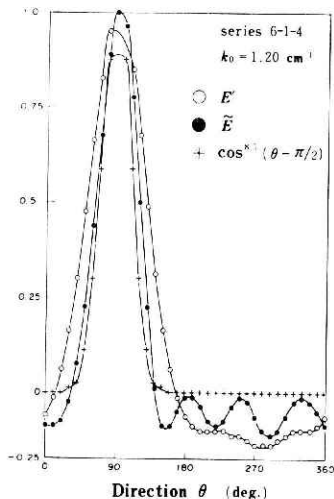
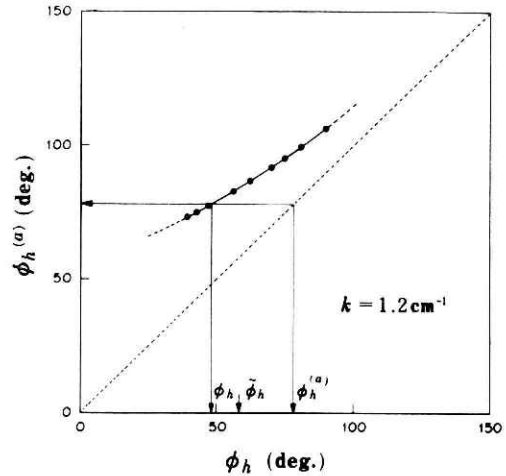


図4 測定された方向スペクトル分布の例。Barber の方法による見かけ上の方向分布 ( $E'$ ) と Fujinawa の方法で再生した方向分布 ( $\tilde{E}$ )。  $\tilde{E}$  の分布は  $E'$  の分布より鋭くなっており、deconvolution の操作が有効であることがわかる。しかし校正図を使って  $E'$  の分布から推定した“真の分布”は  $\cos^{5.5}(\theta - \pi/2)$  に似ており、 $\tilde{E}$  はそれより若干幅の広い分布になっている。

Fig. 4 An example of observed directional spectrum. Weighted spectrum due to Barber ( $E'$ ) is much wider than an deconvoluted spectrum due to Fujinawa ( $\tilde{E}$ ). However, “true” distribution obtained from  $E'$  by the use of an correction diagram (Fig.5) is nearly  $\cos^{5.5}(\theta - \pi/2)$  which is a little narrower than  $\tilde{E}$ .

図 5 Barber の方法によって求まる方向スペクトルの分布  $E'$  の半値幅  $\phi_h^{(a)}$  より、真の方向分布  $E$  の半値幅  $\phi_h$  を求める較正図。 $E = \cos^5 \theta$  の形を仮定し、このエネルギー分布に対するクロススペクトル  $R(r)$  を求め、 $R(r)$  から  $E'$  を計算して、 $E$  と  $E'$  の半値幅を  $\phi_h$ 、 $\phi_h^{(a)}$  としたもの。図中の矢印で示した値は一つの例であり、 $\phi_h$  は、Fujinawa (1971) の方法で再生した“真の分布”の半値幅である。各波数に対して較正図を作り、 $\phi_h^{(a)}$  から  $\phi_h$  を推定する。

Fig. 5 Correction diagram to infer “true” directional spectrum half width  $\phi_h$  from half width  $\phi_h^{(a)}$  of weighted spectrum  $E'$  due to Barber.



ここで  $E'$  の分布のパラメーター  $S'$  (又は  $\phi_h'$ ) と真の分布のパラメーター  $S$  (又は  $\phi_h$ ) との換算表を作って、見かけ上のスペクトル分布  $E'$  だけを用いて、スペクトルとのパラメーターを推定する方法を併用することにする。図 5 は、較正図の一例であり、横軸に真のスペクトル  $E$  (ここでは  $E = \cos^5(\theta - \theta_0)$  の形を仮定した) の半値幅  $\phi_h$  をとり、縦軸にみかけ上のスペクトル  $E'$  の半値幅  $\phi_h'$  をとってある。構造関数  $H$  の重みつき平均を  $E$  に施したものが  $E'$  となっているので当然、

$$\phi_h^{(a)} > \phi_h$$

となっている。この図には、シリーズ 6-1-4 の  $k_0 = 1.20$  の波の成分に対するパラメーターの関係も例示してある。この場合、 $\phi_h^{(a)} = 77.9^\circ$  であるので、この較正図から真の半値幅  $\phi_h$  は

$$\phi_h = 48^\circ$$

となるはずである。しかるに、我々の再生したスペクトル  $\tilde{E}$  の半値幅  $\phi_h$  は前述の如く、 $\phi_h = 57.8^\circ$  であった。かなりな程度に真の値に近くなっているが、“真”の半値幅  $\phi_h$  との差は、

$$|\phi_h - \phi_h^{(a)}| / |\phi_h^{(a)} - \phi_h| \approx 1/3$$

となっている。図 4 に  $\phi_h = 48^\circ$  に近い半値幅をもつ分布  $\cos^{5.5}(\theta - \pi/2)$  も示して、 $E(\theta)$  と  $\tilde{E}$  との違いの程度がうかがわれるようにした。

図 6 に興味深いスペクトルの例を示す。この図の見かけ上のスペクトル分布  $E'(\theta)$  (○印) からわかるように、この場合 (フェッチ  $F = 1.27\text{m}$ ,  $U_* \approx 14\text{cms}^{-1}$ ) には、波のエネルギーの大部分は、水路の横振動成分 ( $\theta = 180^\circ, 360^\circ$ ) であることがわかる。もちろんこの成分は、short gravity wave ではないので、通常の分散関係を満たしているわけではなく、short gravity wave の分散関係

$$k_0 = k_0(\omega_0)$$

から求まる  $\omega_0$  なる周波数の横振動成分にすぎない。よって、図中の分布  $\tilde{E}$  は、たまたま風浪が 2 新向からきて図中の  $E'$  で示すような見かけ上の分布を与えているとしたとき、その

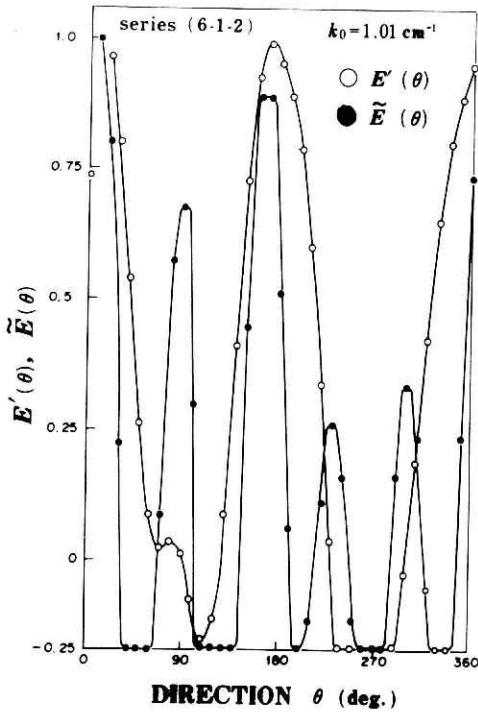


図6 方向スペクトル分布の興味深い例。Barberの方法による分布  $E'$  から、風向方向 ( $90^\circ$ ) の成分が大変小さくしか算出されないが、Fujinawaの方法による  $\tilde{E}$  の分布からわかるように、風浪の成分は、横振動成分 ( $180^\circ$ ) と拮抗する位に大きい。

Fig. 6 An example of directional spectra due to the two methods. Windward component ( $\theta=90^\circ$ ) in  $E'$  is very small, but it is actually large comparable to lateral oscillation component ( $\theta=180^\circ$ ).

$E'$  を与える“真”のスペクトル  $\tilde{E}$  がどうかを示すものである。 $\tilde{E}$  の分布 (●印) からわかることは、風浪成分のエネルギーは  $E'$  の分布からは予想もされなかった位に大きいものであること、また方向も正しく  $90^\circ$  を示していることである。これ等のことは、先に Fujinawa (1971) でも指摘しておいたことであるが、風洞水槽の data でも確かめられ、波の主方向が2方向以上にわたる時の方向スペクトルの計算における Fujinawa (1971)の方法の有効性を示すものである。ただ風洞水槽の場合のように主方向でエネルギーが集中している時には、Barberの方法に補正図を併用すれば、少なくとも方向分布幅を求めるには、十分実用に耐えるものである。

図7、図8に半値幅  $\phi_h$  の波数スペクトルを、フェッチを一定にして描いてある。この半値幅  $\phi_h$  は、Barberの方法で求まる“見かけ上”の方向スペクトルの半値幅から、先に述べた較正図を使って“真の半値幅”  $\phi_h$  を読み取ったものである。図7は、フェッチが3.27mの場合であり、図8はフェッチが4.27mの場合である。各図において風速  $U_*$  をパラメーターとして半値幅のスペクトルがプロットしてある。また図の  $k$  軸上の矢印は、エネルギー-波数スペクトルのピーク的位置を示している。

図7における  $U_* = 14.5 \text{ cm s}^{-1}$  の場合 (シリーズ6-3-1) のものは、全波数域にわたって密度の値からみるといわゆる平衡域のそれに達していないものである。また、エネルギー-波数分布スペクトルの相対的な位置による方向分布幅の差も明確に見えない。図8は、フェッチが4.47mの場合のものであるが、 $\phi_h$  の  $k$  に対する関係、 $U_*$  に対する関係、エネルギー-ピークの波数  $k_0$  に対する  $k$  の相対値に対する関係のいずれを調べてみても系統的な関係を見出すことはできない。したがって、ここで強いて結論するとすれば、short gravity wave の半値幅は、フェッチ、風速、波数によらず一定であって、 $0.5 \text{ cm}^{-1} \leq k \leq 1.5 \text{ cm}^{-1}$  の範囲において、

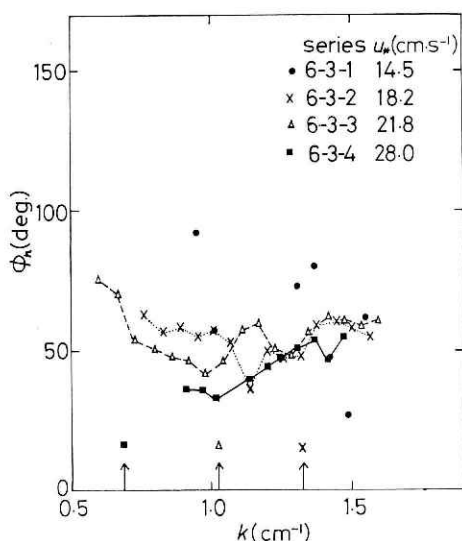


図 7 フェッチを一定 ( $F=3.27\text{m}$ ) として、風速別に、波浪の半値幅のスペクトルを示したもの。横軸の矢印は、波数エネルギースペクトルのピークの波数を示す。

Fig. 7 Wave number spectrum of directional half width for four wind speeds with fetch  $F=3.27\text{m}$ . Arrows on the horizontal axis indicate wave number energy spectrum peak. No systematic relation can be detected.

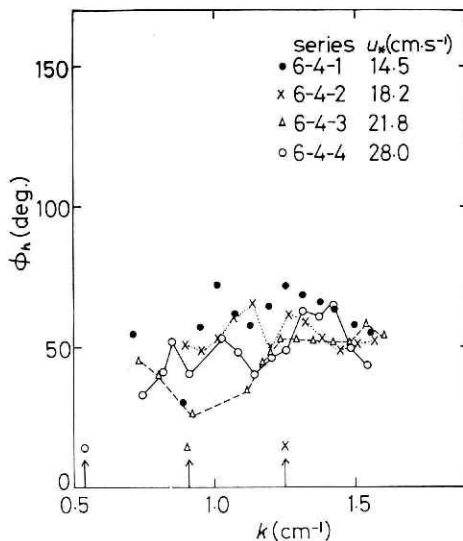


図 8 フェッチを ( $F=4.27\text{m}$ ) とした以外は、図 7 と同じ。

Fig. 8 Same as legend of Fig. 7 except fetch  $F=4.27\text{m}$ .

$$40^\circ \leq \phi_n \leq 60^\circ$$

であるということになる。方向分布  $D(\theta)$  を余弦関数の形

$$D(\theta) \propto \cos^S(\theta)$$

に表わせば、指数  $S$  は、

$$5 \lesssim S \lesssim 13$$

ということになる。その平均は、

$$\phi_n \doteq 54^\circ, S \doteq 6$$

である。

#### 4. あとがき

short gravity wave の方向分布幅について室内実験により考察したが、フェッチ、風速などの変数に対する関係、系統的な関係は得られなかった。ある種の誤差のために、スペクトル幅が平均値  $S \doteq 6$  のまわりに分布するのか、あるいは水槽の幅の狭さ (25cm) のためなのであろうか。例えば、水槽の軸の方向から  $25^\circ$  ずれた成分の進路を示すと図 9 のようになり、壁面での反射が必ずしも無視しえない。しかし、壁面における反射において関係 (入射

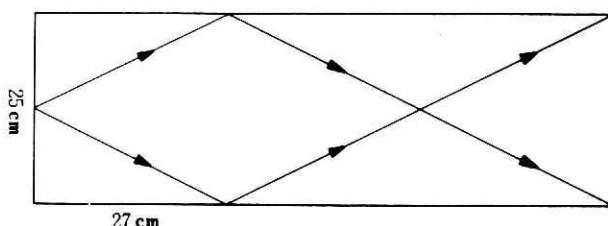


図 9 波向きが  $25^\circ$  の成分の進行路  
Fig. 9 Reflection of a wave component  $\theta=25^\circ$ .

角=反射角)が満たされておれば、壁面の存在は少なくとも方向スペクトル分布に影響を及ぼさないはずである。しかし、壁面近くに強い shear 層が存在して波動が屈折したりすると影響が出てくる。よってこの問題を更に研究するには、より広い水槽を用いて実験すること、壁面近くでの反射の問題を考察することが必要となろう。

## 5. 謝 辞

浜田徳一博士から有益な示唆を受けましたことをここに記し、感謝申し上げます。

## 参 考 文 献

- 1) Barber, N.F. (1961): The directional resolving power of an array of wave detectors *Ocean Wave Spectra*. Englewood Cliffs, N. J., Prentice Hall, Inc., 137.
- 2) Fujinawa, Y. (1974): Measurement of directional spectrum of wind waves using an array of wave detectors. Part 1. A new technique of evaluation. *J. Oceanogr. Soc. Japan*. **30**, 10.
- 3) 藤縄幸雄・松本一朗・渡部勲(1978): 短い風浪の波速について、国立防災科学技術センター研究報告, 第20号, 245.

(1979年12月24日 原稿受理)