

タンク・モデルの構造を自動的に定める
計算機プログラムの開発(第4報)
— 流出孔の位置, 土壌水分構造, 農業用水のパラ
メータを定める半自動的プログラムの開発 —

菅原正巳*・渡辺一郎**・尾崎睿子***・勝山ヨシ子***

国立防災科学技術センター

Method of Automatic Calibration of Tank Model (Fourth Report)
— **Semi-automatic Procedures to Calibrate the Parameters**
relating with the Positions of Side-outlets, the Soil
Moisture Structure and the Intake of Irrigation Water —

By

M. Sugawara, I. Watanabe, E. Ozaki and Y. Katsuyama

National Research Center for Disaster Prevention, Japan

Abstract

Semi-automatic calibration procedures are based on the following principles:

1. The hilltop climbing method or thorough checking up method must be combined with the automatic calibration method by means of RQ (I)'s and RD (I)'s.

When some parameters are set to some values, the discharge and infiltration coefficients A0, A1, A2, B0, B1, etc. at side or bottom outlets of the tank model are calibrated by RQ (I) and RD (I) method. The effect of relations between object parameters and the discharge and infiltration coefficients can be eliminated in this way.

2. The step of parameter change in the hilltop climbing procedures must be large, which is recommended to be 15%.

Input data of the model calibration, observed discharge, areal rainfall and areal evaporation, have large measurement or estimation errors which may be measured by 10% unit. Therefore, too precise calibration of the parameters is meaningless. Under the mesh of 15% step, the nearest mesh point to the true values will fall at the distance of 7.5% in most unlucky case, and it is allowable considering the large error of input data. Usually, the initially estimated parameter value will lie in the range between half and twice of the true value and as $1.15^5 \approx 2$, the true value can be obtained in several steps with the use of 15% step.

* 前所長, ** 第4研究部, *** 第4研究部計測研究室

3. Initial model should be well balanced and harmonious.

Some parameters, e.g. parameters for soil moisture structure or positions of side outlets, are set to some values and then automatic feedback procedures by means of RQ(I) and RD(I) are made to find good discharge and infiltration coefficients corresponding to the given parameter values. Then, the parameter values are changed and the feedback procedures by RQ(I) and RD(I) are repeated. In this step, the discharge and infiltration coefficients obtained in the previous step should not be used as an initial model. They should be modified so as to be well balanced and harmonious. The discharge and infiltration coefficients obtained in the previous step must be closely related with the parameter values set in the previous step, and so if they are used without modification in the next step they must be biased as the initial model. This is one reason but there is another more important reason. The final model in the previous step is determined by the criterion, the mean square error, and so there is a possibility that the criterion shows a small value by chance and a hydrologically not reasonable model is selected as an optimum one by the criterion. To avoid such a case the initial model should be modified to be well balanced and harmonious.

4. Number of repetition of feedback procedures by RQ(I) and RD(I) should not be large and it is recommended to be four to six.

In each step, the set of parameter values are changed and the feedback procedures by RQ(I) and RD(I) are repeated. So if the number of repeat is small, it is effective for the economy of computing time, but this is not so important. As the adjustments by RQ(I) and RD(I) are quantitative and effective, usually the obtained model becomes good enough after the fourth adjustment. After that, they are not so effective, being mainly governed by noises. If such adjustments are repeated for many times, there appears a possibility of selecting a model which is hydrologically not reasonable but has good criterion by chance. Small number of repetition is important to avoid such cases.

5. Orthogonalization of parameters.

A very difficult problem in model calibration both in automatic procedure and in trial and error method by human judgement is the effect of closely related parameters. The orthogonalization of parameters must be the most effective way to avoid this difficulty. If C1 and C2 are closely related parameters, orthogonal transformation

$$K1 = C1 - A \cdot C2, \quad K2 = A \cdot C1 + C2$$

will give independent parameters K1 and K2, by an appropriate A. Usually, the relation between parameters are not well known and so to find an appropriate orthogonal transformation becomes a difficult problem, especially when several parameters are mutually closely related. Accordingly, an appropriate orthogonal transformation must be found by trial and error. However, it is expected that the model calibration under the consideration of orthogonalization must be far effective and successful.

The positions of side-outlets of the first tank and the positions of side-outlets of the second and third tanks seem to be nearly independent mutually. Therefore, their determination is not difficult. There are four parameters S1, S2, K1 and K2 in the soil moisture model and there is approximate relations $\tau_1 \approx S1/K2$ and $\tau_2 \approx S2/K1$, where τ_1 and τ_2 are the characteristic time constants of two exponential components of soil moisture. Considering the above relations, the transformation is made from S1, S2, K1

and $K2$ to $\sqrt{S1 \cdot K2}$, $\sqrt{S1/K2}$, $\sqrt{S2 \cdot K1}$ and $\sqrt{S2/K1}$,

6. Automatic calibration procedures will be effective and successful if they are used as auxiliary to help the trial and error method by human synthetic judgements.

1. 平均2乗誤差を評価とするしらみつぶし、または山登り法と、RQ(I), RD(I)による修正方式との併用.

いままでに得られた自動化プログラムは、流出孔、浸透孔の係数を定めるもので、作業モデルの出力のハイドログラフまたは流況曲線を、実測のそれと比較して得られたRQ(I), RD(I)により、作業モデルの係数を修正して行くというフィードバック方式であった。（菅原他、1977, 1978）.

この方式はきわめて効率的で、数回の修正をくり返すことによってよいモデルに到達する。流出モデルの持つ他のパラメータ、たとえば流出孔の位置を自動的に探し求めるために、RQ(I), RD(I)のような評価を作ることができれば申し分ない。1段目タンクの流出孔の位置であれば、何日かの無降雨の後の雨がどのくらい流量として現れるかを調べ、その統計的結果から流出孔の位置を定め、あるいは作業モデルの流出孔の位置を修正する方法を作る可能性もありそうに思われる。事実、RQ(I), RD(I)の方法を開発する前に、そのような方式をいろいろ考えてみたのであった。しかし、2段目、3段目のタンクの流出孔の高さとなると、その影響は直接的あらわには現れて来ないから、作業モデルの出力のハイドログラフを実測のものと比較しても、どこを取り出してどう評価すればよいか、よい知恵が浮かばない。

そうすると評価は平均2乗誤差ということになる。困ったことに平均2乗誤差は、作業モデルをどのように修正すればよいかを教えてくれない。単に二つの作業モデルのどちらがよいかを、または多数の作業モデルの中でどれが一番よいかを教えてくれるにすぎない。したがってどのような平均2乗誤差（流量について、流量の対数について、高水流量のみについて、低水流量のみについて、流量の平方根について等々、平均2乗誤差の作り方は何通りも考えられるし、それらの荷重和を評価値とすることもできる）を用いるにせよ、かかる評価を用いる限りしらみつぶしか、山登り法（パラメータを動かし評価のよい方に一步、一步移ることにより、最良評価のものに到達する手法）によることになる（Monro, 1971）。ただし、その際にRQ(I), RD(I)による修正方式を併用することにより、しらみつぶし、山登り法を効率よく行なえることに気がついた。

たとえば、ある作業モデルの2段目または3段目タンクの流出孔を上方に移動したとする。それは流出を減らし浸透を増す効果を持っている。修正前の作業モデルがかなりよい算出流量を与えていたとすれば、流出孔を上方に移したのに対応して、流出係数を増し、浸透係数を減らさなければ、実測との適合は悪くなるであろう。この流出、浸透の係数の修正をRQ(I), RD(I)によって行なえばよいのである。

山登り法の最大の難点は、相互に関係を持つパラメータの存在から生ずる。それに邪魔さ

れて、うまく収束しないのである (Anderson, 1973)。RQ(I), RD(I)法の併用は、この難点の一部分を解決する。あるパラメータと流出、浸透の係数との間の関連性は、RQ(I), RD(I)法によって切り抜けることができる。

2. パラメータを変化させる幅を思い切り大きくすること (あらいメッシュを用いること)

しらみつぶし、山登り法では、パラメータを段階的に変化させることになる。その際、変化の幅を思い切り大きくすることが大切であると考えた。従来行なわれている方法によると、パラメータを5%程度の幅で変化させ、最終段階で十分に追いつめると、1%程度の幅で変化させるプログラムが作られているようである (NOAA, 1972)。

しかし、変化の幅が小さすぎることが、この方式が実用上うまく動かない大きな原因になっているのではなからうか。水文学の諸資料は、いずれも大きな測定誤差、または推定誤差を持っている。ここに推定誤差と言ったのは、流域雨量、流域蒸発量、地下水貯留量、土壌水分等々、点観測値から推定されている量が多いからである。それは10%程度のものであろうと思われる。というより、10%を単位にして測るべきもので、10%の誤差であればきわめてよい測定値または推定値ではあるまいか。このように誤差の大きい資料に対して、パラメータを5%刻みで動かすから、誤差に振りまわされて誤った判断を下し、誤った方向に動き、あるいは小さい範囲をうろつき廻って、誤った場所に収束するのであろう。小さい歩幅で探し廻り、大局的展望を欠くから、山の頂上のかわりに岩の頂上を探すことになるのである。

以上のように水文資料の誤差が10%程度であることを考慮して、パラメータは15%の幅で変化させることにした。パラメータを15%刻みで変化させれば、一番運が悪い場合で試算されるパラメータ値は、真の目的値から7.5%離れる。それでも資料の持つ誤差10%よりは小さいのである。

パラメータを15%刻みで変化させると、表1に示すように5回変化させることにより、パラメータは出発値の2倍となる。パラメータの出発値、最初の推測値が、真の値の半分から2倍の範囲に入っていることが多いであろうから、数回のくり返しで目的値の近くに到達できるであろう。1回目に反対方向に動き、2回目に出直したとしても、6回目には1/2または2倍の所に達するし、岩の頂上を山の頂上と誤まらない用心にしらみつぶしをしたとしても、11回の試算で1/2から2倍までを覆うことができる。毎回の試算にRQ(I), RD(I)によるくり返しを6回ずつ行なったとしても、くり返しは66回でこれならば十分実用になる。ただし、こう言って安心していられるのは、変化させるパラメータが1個

表 1
Table 1

n	1.15 ⁿ
1	1.15
2	1.32
3	1.52
4	1.75
5	2.01

タンク・モデルの構造を自動的に定める計算機プログラムの開発（第4報）—菅原・渡辺・尾崎・勝山
 が2個の場合である。土壌水分構造のようにパラメータが4個あると、しらみつぶしは事実上不可能であるから変化の幅を15%にしても難問は残るのである。

パラメータによっては、流出孔の位置や農業用水のように比率で変化させるのが不適当なものもある。この場合も思い切り大きい幅で変化させることが大切である。流出孔の位置であれば、1段目、2段目のタンクについては5mm刻みで、3段目タンクは20mm、または30mmの刻みで変化させれば十分であろう。

3. パラメータを変化させるごとに行なうRQ(I), RD(I)による修正は、均整のとれたモデルから出発すること

ある河の流出解析を図1の出発モデルを用い、RQ(I), RD(I)による修正方式で行ない、よいモデルが得られたとする。つぎに、流出孔の位置を調整したいと考えたとき、流出孔の位置を変化させ毎回行なうRQ(I), RD(I)による修正を、図1のモデルから出発して行なうのは効率的でないであろう。河川によっては図1の出発モデルと、得られた最終モデルとはかなり異っている。その河の特性からかなり異った図1のモデルから出発して毎回修正をくり返すのでは、効率が悪い上に、よいモデルに到達できない心配がある。

しかし、それだからと言って図1のモデルから出発し、RQ(I), RD(I)法によって得られた最終モデルを、流出孔の位置を変化させるごとに行なう修正計算の出発モデルとすることは考えものである。図1の出発モデルから得られた到着モデルは、図1のモデルの流出孔の位置に対応して得られたもので、図1の出発モデルの流出高の位置に密接に関連している。それを出発点とするのは、流出孔の位置を変えて新たに試算するモデルに対し不公平というべきである。この不公平を避ける以外に、さらに重要な問題がある。

それは資料の誤差に起因し、偶然に見掛け上よい評価を得ているモデルにより判断を誤まらないようにしたいという問題である。図1のモデルから出発し、RQ(I), RD(I)による修正を行なうとき、モデルの評価は平均2乗誤差によっている。そうすると何かの偶然で、よい評価を与えられたモデルが現れることがある。山登りの途中にたまたま高い岩に登ったようなものであり、実力のない学生がある試験にたまたまよい点をとったようなものである。流出孔の位置を変えて、RQ(I), RD(I)による修正を行なっても、毎回その高い岩に当たるとは限らない。このようにして、偶然の誤差に振りまわされてよいモデルに到達できないかもしれない。

誤解を避けるために、山頂と岩の頂上のたとえ話をもう少し詳しく説明する。岩の頂上が一番高ければ、それが山頂であるという考え

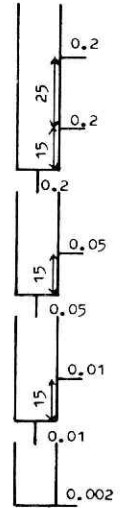


図 1 自動化の際の出発モデル
 Fig. 1 Initial tank model for automatic calibration

方がある。しかし、大きな不規則誤差の存在を考えると、点としての最高には、必ずしも水文学的意味はあるまい。水文学的な山頂は、いわば平滑化した上での山頂であろう。その意味での山頂を求めることが望ましいと考えるのである。

以上の難点を避けるために、図1のモデルから出発して得られた到達モデルに手直しを加え、均整のとれたモデルに作り直すことが望ましい。出発モデルには一種の調和が必要なのである。従来の経験によれば、よく浸透する流域では、1段目、2段目、3段目のどのタンクも同程度によく浸透する傾向がある。そこで $A1/A0$ 、 $B1/B0$ 、 $C1/C0$ は似た値を示すことが多い(図2)。また、1段目、2段目、3段目、4段目のタンクの時定数は、ほぼ一定の比率で大きくなって行くことが多い。すなわち

$$A0+A1, B0+B1, C0+C1, D1$$

は、ほぼ等比数列を作る。なお、 $A1$ と $A2$ とは同程度の値であることが多い。

この性質を利用して、図1の出発モデルから得られた到達モデルを手直しする。すなわち

$$A1/A0 \div B1/B0 \div C1/C0$$

となり、かつ

$$A1+A0 : B1+B0 : C1+C0 : D1 \div 1 : r : r^2 : r^3$$

となるように修正する。それには到達モデルの係数 $A1, A0; B1, B0; C1, C0$ を対数尺上にプロットし、また、 $A0+A1, B0+B1, C1+C0, D1$ を同じく対数尺上にプロットし、それを眺めて目分量で係数を手直しすればよい。その際、各係数はなるべく切りのよい数に、 $A1/A0, (A1+A0)/(B1+B0)$ 等の比は簡単な比にした方がよい。得られたモデルは出発モデルとして使われ、係数はいずれ修正されるのだから、ごく気楽に簡単な係数に置くとよい。

出発モデルをなるべく均整のとれたものにすべきであるという、タンク・モデルにも予定調和があると言う神がかり的主張と誤解される心配があるが、目的は偶然による誤差の影響を避けることにある。到達モデルは評価値によって選んだのだから、偶然に評価が小さいものである心配がある。それに調和、均整の観点で手直しを加えたものが、たまたま小さい評価値を持つことは、減多にないと考えてよからう。

4. $RQ(I), RD(I)$ による修正のくり返し回数を、あまり大きくしないこと

同じく偶然による誤差の影響を避ける目的から、パラメータを変化させる度ごとに行なう $RQ(I), RD(I)$ による修正のくり返し回数は、あまり大きくない方がよい。これは同時に計算時間の節約になるが、

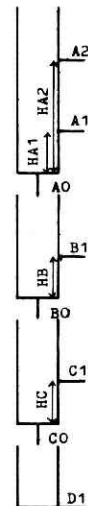


図2 タンク・モデルのパラメータ

Fig.2 Parameters for the tank model

タンク・モデルの構造を自動的に定める計算機プログラムの開発（第4報）—菅原・渡辺・尾崎・勝山
それは副産物であって主目的ではない。

RQ(I), RD(I)による修正では, D1は固定されているから, 修正されるのはA0, A1, A2, B0, B1, C0, C1の7個である. 毎回の修正でRQ(I), RD(I)のうち, 1から大きく距っている2個だけが修正に利用される. したがって4回のくり返し修正で8個の修正がなされ, 7個の係数のうち修正を要するものは, 1度以上修正されているはずである. RQ(I), RD(I)による修正は定量的に行なわれるから, その修正で主な偏りは, 大部分除かれるはずである. したがって, 4回の修正がすめば, すべての係数に対して主な偏りは除かれ, 残る大部分は雑音である.

したがって, 4回の修正を終えた後, さらに修正を続けても修正に用いるRQ(I), RD(I)はあまり情報を含まず, 大部分が雑音である. かかるRQ(I), RD(I)による修正は, 効果的でないばかりでない. ある時には発散の原因になるが, ある意味でそれより困るのは, 何かの偶然で誤差評価の小さいモデルに当たる場合である. かかるモデルは外観上よく見えるが, 実質的には無意味なものである. かかる偶然に振りまわされる機会を少なくするために, RQ(I), RD(I)による修正は4回程度にする方がよいらしい. もちろん, 資料の質がよく誤差が小さいときは修正を6回くり返して, よい結果が出ることもあるが, 多くの場合, くり返しは4回程度でよいらしい. 修正のくり返し回数を少なくすることは, 積極的によいことであるらしい.

5. パラメータの直交化

山登り法を用いる場合はもちろん, 人間の総合的, 主観的判断による試行錯誤法による場合も, 最大の難問は密接に関連するいくつかのパラメータの存在である. たとえば, 流域雨量も流域蒸発量も実測不能で何らかの推定値によらざるを得ない. いくつかの点観測値の平均にある係数を掛けて, 流域平均を推定するとする. 地下流出がないとすれば, 流量は雨量と蒸発量との差であるから, 雨量, 蒸発量の補正係数をともに大きくしても, ともに小さくしても, 流量に合わせることができる. 日本のように雨量に比べ, 蒸発量が半分よりやや小さい程度では蒸発の手加減で調整するのは難しいが, 多くの地域では雨量と蒸発量は同程度だから, 雨量を動かさずに蒸発量を手加減して合わせることもできるし, 逆に雨量に手加減して合わせることもできる. どれが正しいか, どれが真であるかを決定することは, 多分不可能に近いであろう. 問題は多分, どれを選択するかということで, それには簡単で, 整合的で, 物理的意味があって, そしてよい結果を与えるものを選ぶべきであろうが, 客観的, 合理的基準がない以上, 選択は主観的判断によらざるを得ないであろう.

雨量と蒸発量の場合はパラメータが2個であるが, 何個かのパラメータが相互に密接に関連するとさらに難しくなる. ある人の表現によれば, ソーセージのようになっているから困るのである. それに対する一つの解決策は, ソーセージに沿って一つの変数を, それと垂直の

方向に 2 個の変数をとって変数変換をすればよい。ソーセージの方向に沿うパラメータは鈍感なパラメータで、それに直交するパラメータに重点を置いて値を求めれば、問題は効率よく解けるであろう。それは主軸変換的な問題であるが、それほど簡単ではない。ソーセージは湾曲しているだろうし、そもそもそれがどんな形をしているか不明である。ただし、それがどんな形をしていようと、局所的には線型近似が許されるだろうから、適当な 1 次変換をパラメータに与えればよからう。

いま仮に、 C_1 、 C_2 が密接に関連する 2 個のパラメータであるとする。これを

$$K_1 = C_1 - A * C_2, \quad K_2 = A * C_1 + C_2$$

により K_1 、 K_2 に変換する。A を適当に選ぶことにより、 K_1 、 K_2 を独立にするのが狙いである。現実には、パラメータ間の関連性がよく判らないから、いわば手探りで試行錯誤的に 1 次変換を行なって直交化を試みるより致し方あるまい。手探りで直交化を試みるのは手探りで山登り法を行なうのと同じで、何の進展もないと考える方もあろうが、直交化を意識しているだけでも直交化を伴う山登り法の方が、はるかにましであると考ええる。

直交化という点から見れば、雨量地点のウェイトを定めるために用いた要因分析法が一つの直交化であった(菅原他, 1978)。これから述べるいくつかのパラメータ決定の半自動化方式では、直交化が重要な役目をしている。

6. 自動化プログラムは、総合的判断による流出解析の補助手段にすぎない

RQ(I), RD(I)による自動化方式は、その後いくつかの海外の河川に適用された。第 2 報(菅原他, 1978)に述べたナイル河上流域諸河川への適用は、その最初の例であった。そのときいくつかの点でプログラムを手直しし、また新たな自動化プログラムをつけ加える必要があった。海外の河川への適用例はその後さらに増したが、地域の水文学的条件が異なるに応じ、RQ(I), RD(I)の考え方の基本に変わりはないものの、プログラムを手直しする必要があった。

この報告で述べる流出孔の位置、土壌水分構造等々を求める問題では、さらに人間の総合的判断が大切であると思われる。しらみつぶしをする際にも、最初から広い範囲をしらみつぶしにしない方がよい。有望と思われる範囲を予備的にあらいメッシュで当たり、その結果を見て次に当たる範囲やメッシュを定めるとよい。それは人間の総合的判断によるのである。山登り法の場合も同様で、様子を見ながら小刻みに登って行く方がよい。人間の総合的判断による試行の補助手段として、この自動化方式を用いるならば、大きな効果があると信じる。その意味で自動化と呼ばず、半自動化と呼ぶことにした。

7. タンク・モデルの流出孔の位置の決定

図 2 のタンク・モデルにおいて、流出孔の位置を定めるパラメータは HA1, HA2, HB, HC

タンク・モデルの構造を自動的に定める計算機プログラムの開発（第4報）—菅原・渡辺・尾崎・勝山の4個である。パラメータが4個であると、しらみつぶしはきわめて困難というより事実上不可能に近い。各パラメータを5段階ずつ変化させてしらみつぶしをすれば、試算する場合の数は $5^4 = 625$ で、各場合につきRQ(I), RD(I)による修正を6回行なえば、3750回のくり返し計算が行なわれる。毎回の計算で、初期値を作るサブルーチンの中で行なわれる3回のくり返し計算と、本番の流出計算とを合わせて計4回、したがって15,000回の流出計算が行なわれる。流況曲線比較法であれば、毎回のRQ(I), RD(I)のために流量を大きさの順に並べかえなければならない。5年間の資料の計算をすると、当センターの計算機で1日程度の時間がかかることになる。このような計算はすべきでない。

流出孔の位置決定については幸いなことに、1段目タンクと2段目以下のタンクとは、ほぼ独立であろうと考えられる。HA1, HA2は高水の出方に関係し、HB, HCは主として低水部分に関係するから、両者間に密接な関係があるとは考えられない。そこで、問題をHA1, HA2の決定と、HB, HCの決定とに分離する。パラメータが2個であれば、問題はかなり容易となり、しらみつぶしが可能である。たとえば、HBを0, 5, 10, 15, 20と5とびに5段階に、HCを10, 30, 50, 70, 90と20とびに5段階に変化させたとして全部で25通りである。各組合せに対し、RQ(I), RD(I)による修正を6回行なうとし、5年間の資料で計算すると当センターの計算機で約1時間でできる。これは実用になり得る程度である。

表2はケム(Cam)河(イギリス, ケンブリッジ大学の構内を流れる河で、水文学研究所の試験流域になっている)について、この計算を行なった結果である。これを見ると、HB=5, HC=30が最小の評価を得ている。しかし、HB=5に対し、HC=30, 50, 90が示す評価値は評価に伴う雑音を考えれば、実質的には差がないと見るべきであろう。そうであれば、HB=5, HC=70のとき、評価が少し悪いのも雑音によるものでHCは30~90の程度と判断するのが妥当であろう。

われわれは、HBとHCの効果が、ほぼ独立であろうと期待していた。表2を見ると、HC=10のとき、最小の評価を与えるのはHB=10であるが、それを除けばHCを30~90のどれに固定しても、HB=5が最小の評価を与える。つまりHCを何と置いても、HBの値は大過

表 2 HB, HCを変えて得られた評価(ケム河)
Table 2 Criteria obtained under various values of HB and HC(River Cam)

HB \ HC	0	5	10	15	20
10	0.4180	0.4047	0.3967	0.4052	0.4085
30	0.4097	0.3902	0.3958	0.4059	0.4091
50	0.4119	0.3905	0.4028	0.4086	0.4121
70	0.4078	0.3927	0.4095	0.4120	0.4163
90	0.4051	0.3908	0.4093	0.4133	0.4226

なく定まるらしい。(HBで5か10程度の相違はあまり気にする必要はない)。しかし、HBを0, 5, ..., 20にそれぞれ固定し、それに対して最小の評価を与えるHCを表2で探すと、それぞれ90, 30, 30, 10, 10と出て来る。HBを大きくすると、HCが小さくなる傾向があるらしい。HBとHCとは独立でないらしい。もしも独立であれば、HCをどこかに固定しHBを1次元のしらみつぶしで求め、求められたHBを固定し、HCを動かして、しらみつぶしでHCを定めればよい。かくて、問題は簡単になるのであるが、期待に反し、うまく行かない。

表2の評価は、流量と流況曲線とにつき、そのもの、および対数をとったものに対して平均2乗誤差を作って合成したものである。評価を変えてみればどうなるかと、流量の対数の平均2乗誤差だけで評価してみたのが表3の結果である。表3は傾向としては、表2とあまり異っていない。数値だけで見ると、HB=5, HC=90が最小の評価を得ている。90はHCに対しては区間の端になっているから、さらにHCを大きくすると評価が小さくなる可能性があるが、そのことをあまり心配しなくてもよからう。ここでもHB=5, HCが30~90のあたりがよいということになる。

HCの値がうまく定まらないのは、HCの動きに対して評価がきわめて鈍感だからである。これは当然のことである。3段目タンクの時定数は、2段目タンクの時定数の5~10倍程度であるのがふつうである。流出係数で比較すれば、3段目タンクは2段目タンクの1/5から1/10の程度である。したがって、タンクの貯留量の変化が流量の変化として現れるとき、3段目タンクでは2段目タンクに比べ、効果は1/5から1/10程度になる。評価は流量の比較で行なっているのだから、HCの効果は、HBの効果の1/5か1/10の程度ということになる。そのことを考えて、HBは5mm幅で変化させるのに対し、HCは20mm幅で変化させているのであるが、30mm幅で変化させ、0, 30, 60, 90, 120の5段階で試算した方がよかったかもしれない。

HCの動きに対し、評価がきわめて鈍感であることを改善する目的で、低水だけを対象とする評価を試みた。ケム河につき、実測、推定流量がともに0.6 mm/日(これはおよそ年平均流

表 3 HB, HCを変えて得られた評価(ケム河)

-評価として流量の対数の平均2乗誤差を用いた場合-

Table 3 Criteria obtained under various values of HB and HC (River Cam)
-Criterion is the mean square error of the logarithm of discharge-

HC \ HB	0	5	10	15	20
10	0.1997	0.1955	0.1954	0.1971	0.2011
30	0.1974	0.1896	0.1933	0.1978	0.2003
50	0.1981	0.1892	0.1969	0.1999	0.2024
70	0.1969	0.1897	0.1997	0.2022	0.2051
90	0.1948	0.1886	0.1977	0.2023	0.2072

表 4 HB, HCを変えて得られた評価（カム河）
—評価として低水流量のみを対象とした場合—

Table 4 Criteria obtained under various values of HB and HC (River Cam)
—Criterion is calculated only in low water stage—

HC \ HB	0	5	10	15	20
10	0.2820	0.2778	0.2741	0.2786	0.2947
30	0.2735	0.2790	0.2728	0.2801	0.2960
50	0.2657	0.2779	0.2722	0.2828	0.2950
70	0.2570	0.2723	0.2744	0.2869	0.2997
90	0.2606	0.2663	0.2755	0.2906	0.3056

表 5 HB, HCを変えて得られた評価（猿ヶ石川田瀬）

Table 5 Criteria obtained under various values of HB and HC (River Sarugaishi at Taze)

HC \ HB	0	5	10	15	20
10	0.1932	0.1871	0.1900	0.2026	0.1951
30	0.1824	0.1901	0.1874	0.2001	0.1991
50	0.2051	0.1837	0.1877	0.1935	0.1972
70	0.2099	0.1993	0.1965	0.1988	0.1954
90	0.2109	0.2055	0.2023	0.2041	0.2029

量の程度、わが国の河川で言えば3mm/日程度に当たる) 以下の場合につき、平均2乗誤差を作ってみた。表4はその結果である。この結果によれば、HB=0, HC=70が最小の評価を得ている。HCの動きに対して評価が鈍感であるのは前と同じであるが、一方HBの動きに対して評価は前よりはるかに鈍感になった。この評価は得る所なく、失う所だけということになった。あるHB, HCの値に対し、RQ(I), RD(I)を用いて修正を行ない、最適のモデルを決定する際の評価は流量全般に対して行なわなければならないから、低水のみに限る評価は別に計算しなければならず、手間はかかる上に、無益有害という結果になった。結局、カム河については、HB=5, HC=50として大過ないであろう。

北上川水系猿ヶ石川田瀬に対して、HB, HCを変化させて、2次元のしらみつぶしを行なった結果が表5である。この表の評価値はかなり雑音的変動を伴っている。実は先に用いたカム河は流量資料としては、きわめて良質で雑音成分が少いものと思われる。猿ヶ石川田瀬もきわめてよい流量資料であるが、それでも評価値は大きい雑音を伴っているのである。表5の上では、HB=0, HC=30が最良の評価を得ているが、HB=5, HC=50と比べてどちらがよいか評価値の相違は雑音の範囲である。

HCの値をそれぞれの値に固定し、HBの変化による評価値の変化を図示し、それを自分

量で放物線で近似する。同じことを、HBを固定し、HCを変化させて行なってみる。それを眺めると、HBとHCの効果はやはり独立ではないらしい。HBを大きくすると、評価を最小にするHCの値は大きい方に移動する傾向が見える。ケム河の場合と反対である。およその見当として、HBが0~10、HCが30~50のあたりがよいらしい。仮にHB=5、HC=40として大過なかるう。

1972年から1973年にかけて北上川の流出解析を行なったとき、そのタンク・モデルではHB=10、HC=50を用いている。どのようにしてこの値を得たか記憶がないが、記録でみると試行の過半は、雪のモデルや、農業用水量の決定に置かれ、タンク・モデルの手直しは7回しか行なわれていない。HB=10は最初から用いられ、HCは0、20が試みられ、最後に50と置かれている。今回しらみつぶしで得られたHB、HC値(5,40)が、図1の出発モデルの(15,15)から遠く、かつて試行錯誤で得られた値(10,50)に近いことは興味深い。

1段目タンクのHA1、HA2もしらみつぶしで求めればよい。表6はケム河についての計算例で、HA1を0、5、10と変化させ、HA2-HA1を10、15、20と変化させ、HA1=0、HA2=20が得られている。ケム河の場合、土壌水分構造が次損雨量の主役となるから、HA1=0となるのは当然であろう。

表7は猿ヶ石川田瀬に適用した結果である。HA1を0、5、10、15と動かし、HA2-HA1を10、20、30、40と動かして、HA1=5、HA2=45が最良の評価を得ている。最良の評価が、HA2-HA1の試算を行なった区域の端に現れているので、HA2-HA1をさらに大きくしたら評価がよくなるかもしれない可能性がある。そこでHA1を5に固定し、HA2を55、65、75と変化させてみた結果が表8である。評価は悪くなる一方で、結局HA1=5、HA2=45が得られた。

かつて同じ資料を試行錯誤法で解析したときに得たモデルではHA1=10、HA2=40となっていて、図2の出発モデルのHA1=15、HA2=40と比べると、今回のしらみつぶしで得た結果にいくらか近い。かつて試行錯誤で求めたモデルのHA1、HA2、HB、HCが今回しらみつぶしで求めたものに近いことは、人間の判断力が意外に頼りになることを示すものである。と

表 6 HA1、HA2を変えて得られた評価(ケム河)
Table 6 Criteria obtained under various values of HA1 and HA2 (River Cam)

HA1 \ HA2-HA1	0	5	10
10	0.2886	0.3150	0.3295
15	0.2985	0.3117	0.3307
20	0.3029	0.3123	0.3321

表 7 HA1, HA2 を変えて得られた評価 (猿ヶ石川田瀬)
 Table 7 Criteria obtained under various values of HA1 and HA2 (River Sarugaishi at Taze)

HA1 \ HA2-HA1	0	5	10	15
10	0.4119	0.3916	0.4199	0.4221
20	0.3957	0.3735	0.4136	0.3896
30	0.3897	0.3671	0.3730	0.3775
40	0.3740	0.3594	0.3715	0.3785

表 8 HA1=5 のとき, HA2 を変えて得られた評価 (猿ヶ石川田瀬)
 Table 8 Criteria obtained under various values of HA2 when HA1=5 (River Sarugaishi at Taze)

HA2	55	65	75	85
評価	0.3706	0.3746	0.3850	0.3800

いうより, 今回行った RQ(I), RD(I)法の併用によるしらみつぶし法の信頼性を示すものと言った方がよかろう. 計算機が, つまりソフトウェアが, 人間と似た選択をすることができれば, それはソフトウェアにとって大成功であると言ってよいからである.

8. 土壌水分構造の決定

土壌水分構造を定めるパラメータは S1, S2, K1, K2 の 4 個である. 4 個のパラメータに対しては, しらみつぶしを行なう訳には行かない. 山登り法を用いるより致し方ないが, パラメータを変化させる幅を 15% と大きくし, かつ小刻みに山登りをくり返し, そのたびに人間が判断することにした. 流出孔の位置を決定する際, たとえば表 5 に見たように, 評価値に伴う雑音の大きさを考えると, 安心して自動化方式だけにまかせる訳には行かないからである.

まず, (S1, S2, K1, K2) のある値から出発する. そこで RQ(I), RD(I)による修正が行なわれ, あるモデルとその評価値とが得られる. 次に (S1, S2, K1, K2) の値にある変換 T_1 が施され, その値のもとで, RQ(I), RD(I)による修正が行なわれ, あるモデルとその評価値とが得られる. その評価値を出発値の (S1, S2, K1, K2) に対する評価値と比べる. 2 回目の評価値がよければ, さらに T_1 を施す. つまり出発値に対し T_1^2 が施される. 2 回目の評価値が悪ければ, 出発値に T_1^{-1} が施される. そして RQ(I), RD(I)による修正が行なわれ, あるモデルとその評価値とが得られる. 得られた 3 個の評価値, T_1^0, T_1^1, T_1^2 または T_1^{-1}, T_1^0, T_1^1 に対応する評価値の中で, 最良の評価を得たパラメータの組を第 2 段階の出発値とする.

第2段階では、パラメータ (S1, S2, K1, K2) の組に変換 T2が施される。第1段階と同様に、T2とT2²、またはT2とT2⁻¹が施され、3個の評価値のうち最良のものを与えるパラメータの組が第3段階の出発値となる。

第3段階では変換 T3が施され、第4段階では T4が施される。それで一応の終了である。各段階においてそれぞれ2組ずつのパラメータ値につき、RQ(I), RD(I)によるモデル決定が行なわれ、評価値が算出されるから、最初の出発値を含めれば9回の試算が行なわれる。各場合についてRQ(I), RD(I)による修正を6回行なうとすれば、54回のくり返し計算が行なわれる訳で、これならばあまり時間はかからない。結局得られた最良のパラメータは、出発値にT1^{N1}, T2^{N2}, T3^{N3}, T4^{N4}を施したもので、N1, N2, N3, N4は-1, 0, 1, 2のどれかである。

以上の計算が終わった所で結果を検討し判断する。各段階で、T⁰, T¹, T²またはT⁻¹, T⁰, T¹の3通りの場合の評価値を眺めれば、次の試算では出発値をどこに設定し、どちらの方向に変化させればよいかの見当がつくであろう。この小刻み山登りを3回くり返せば、ほぼよいパラメータが得られるであろうと期待した。問題はT1, T2, T3, T4の定め方で、ここで直交化の考え方が役に立つと考えた。はじめに試みたのは次の方式である。T1ではS1, S2の両方に1.15を掛け、T2ではS1を1.15倍し、S2を1.15で割る。T3ではK1, K2の両方に1.15を掛け、T4ではK1を1.15倍し、K2を1.15で割る。それを形式的に表9で示すことにする。この方式はうまく行かなかった。

表9の方式がうまく行かないのは、直交化がうまく行っていないからだと考えて、次に表10の方式を試みた。これは前のものよりややよいが、やはりうまく行かない。もしこれらの方式がうまく動けば、どのような出発値から始めても似た結果に近づく筈である。また、ある値の所で停まれば、それが最適の筈であるから、その値に近い、切りのよい数値に置きか

表 9 S1, S2, K1, K2の効果の直交化を目的として試みられた変換 (第1回目)

Table 9 The first unsuccessful trial of transformation aiming at the orthogonalization of the effect of S1, S2, K1 and K2.

	S 1	S 2	K 1	K 2
T 1	1	1	0	0
T 2	1	-1	0	0
T 3	0	0	1	1
T 4	0	0	1	-1

表 10 2回目の変換

Table 10 The second unsuccessful trial

	S 1	S 2	K 1	K 2
T 1	1	1	1	1
T 2	1	1	-1	-1
T 3	1	-1	1	-1
T 4	1	-1	-1	1

えて、そこから出発させれば、その値の近くで停まる筈である。そうならない所がこの方式の信頼性のなさを示している。

われわれは以上の方式をケム河に適用し、(S1, S2, K1, K2) の出発値として (50, 250, 2, 5) を用いたのであるが、上の方式による試算を種々くり返しなが、K1は2より小さいらしいこと、K2はかなり大きいらしいこと、S2も大きいらしいことを知った。

ここで改めて土壌水分構造についての考察が行なわれ(菅原他, 1981), 1次, 2次の土壌水分間の不均衡は短い時定数 τ_1 で間もなく消滅すること、均衡した土壌水分は長い時定数 τ_2 で減衰すること、そしてこの時定数はごくあらいい近似で

$$\tau_1 \div S1 / K2 \quad \tau_2 \div S2 / K1$$

で与えられることを知った。S1はK2と、S2はK1と深い関係にある。

そこで表11に示される変換が試みられ、これは前のものよりはるかによい結果を与えた。もちろん、どんな所から出発しても同じ終点に落ち着くとは限らないし、どこかに引っかかって停まってしまうこともあるが、それは平均2乗誤差による評価に伴う雑音により、避けられない。人間の判断を加えながら何回か試算をくり返せば、およその見当はつくようである。

この方式は、パラメータ (S1, S2, K1, K2) の代りに、 $\sqrt{S1 * K2}$, $\sqrt{S1 / K2}$, $\sqrt{S2 * K1}$, $\sqrt{S2 / K1}$ をパラメータにして、直交化を試みたものである。

9. 農業用水量の決定

わが国の大部分の河川では、夏期の低水流量は農業用水取水の影響を大きく受けている。それを表すのに、灌漑(かんがい)期間中ある量を農業用水としてタンク・モデルの出力から引き去り、それはいずれ浸透すると考え3段目タンクに戻すという計算をしている。その引き去る農業用水量をいくりにするかが問題である。河川の台帳を調べれば農業用水量が出ている。しかし、それは法制的な取水量であって、水文学的な農業用水量ではない。実際の取水が水利権に定められた通りに行われているかどうか不明であるし、取水した水のうち、そのまま排水路を通して河に戻るもの、田面を通過して間もなく河に戻るもの、速やかに浸透して間もなく河に戻るものもあるであろう。河川の低水流量に大きな影響を与えるものは、浸透し、長い時間かかって徐々に河に戻って来るものである。この性質を持つもの、それを仮に水文学的農業用水量と呼ぶことにすれば、それがいくらであるかは流出解析を試みなければ判らない。

この水文学的農業用水量を試行錯誤で定めることは、あまり難しくない。まず流域内の水田面積を調べる。減

表11 3回目の変換(最終)
Table 11 The third and successful trial

	S1	S2	K1	K2
T1	1	0	0	1
T2	0	1	1	0
T3	1	0	0	-1
T4	0	1	-1	0

水深を10mm/日として、およその農業用水量の見当をつける。はじめは農業用水なしとして流出解析を行ない、灌漑期における実測流量と推定値との差を眺め、それと減水深10mm/日として見当をつけた値とを見合わせて、農業用水量を定める。あとは試算をして、手直しを行なえばよい。

水文学的農業用水量を定めるのが難しくないならば、それを自動的に求める方式など不要であるが、別の観点から意味があると思われる。水文学的農業用水量は水利権とは無関係であるが、やはり水の関係者はそれを大いに気にするのである。したがって、それが主観的判断による試行錯誤で定められたとなると、その信頼性を問題にする人が出て来る。したがって、水文学的農業用水取水量を自動的に定めるプログラムを作ることは、重大な意味を持つと思われる。

プログラムはきわめて簡単である。たとえば、0.2mm/日刻みに、0から1.0mm/日までの6通りの農業用水を仮定し、そのそれぞれについてRQ(I), RD(I)法でモデルと評価値を求め、その評価を最小とする農業用水を求めればよい。それには、評価値を方眼紙上にプロットし、それを眺めて評価を最小とする農業用水量を定めれば、0.01~0.02mm/日程度の精度で定めることができるであろう。なお、農業用水取水期間は、実状とハイドログラフとを見て場合に依じて定めればよい。

表12は猿ヶ石川田瀬に適用した結果で、灌漑期間は5月16日から9月10日までとし、農業用水を0から1.0(mm/日)まで0.2刻みに変化させ、それぞれの場合に対応する評価値、およびその階差を示したものである。これを図示した図3を見ると、評価値はほぼ放物線上にのり、階差はほぼ直線にのっている。これから農業用水量は0.20mm/日となる。

実はこの場合、農業用水は全取水期間中一定としている。現実には、代掻期に大量の水が取水されることが多い。かつて試行錯誤法で猿ヶ石川田瀬を解析したときは、農業用水について何度か試算した後、5月後半は0.5mm/日、6月1日から8月31日までは0.15mm/日という値を得ている。この平均値は0.2mm/日で、上に得た値とよく一致している。

農業用水量が時期によって変化するとき、それを計算機によって求める工夫をのべる。まず上記の方法で取水期間中一定と仮定した取水量を求める。その一定の農業用水量の仮定のもとで算出した推定流量と、実測流量との差の旬平均を求める。その際、推定、実測各流量

表 12 農業用水取水量を変えて得られた評価値およびその階差 (猿ヶ石川田瀬)
Table 12 Criteria obtained under various intake of irrigation water and their differences

(mm/日) 農業用水	0.0	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0
評 価	0.1834	0.1746	0.1818	0.1993	0.2264	0.2672
階 差	-88	72	175	271	408	

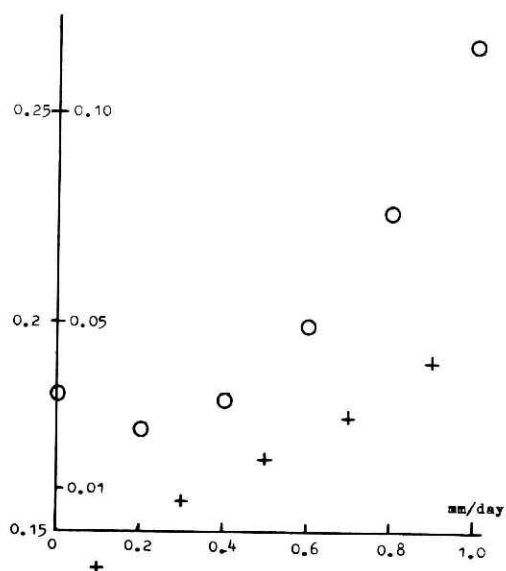


図 3 農業用水量を変えた場合に対応する評価値およびその階差
○評価値 +階差

Fig. 3 Criteria corresponding to the intake of irrigation water and their difference
○ criteria + difference

ともにある値，たとえば2mm/日より小さい場合だけについて平均を求める．高水に伴う大きな誤差を除外するためである．資料が数年の場合，低水の条件を満たす資料の数が減り，旬平均の中には信頼性の低いものも出て来るが，それは致し方ない．この旬平均をグラフに描いて眺めると，農業用水の時期的変化のおよその傾向がよみとれる．これと，水利権の取水量とを見合わせて，水文学的取水量を定めることができる．

参 考 文 献

- 1) Anderson, E. A. (1973) : National Weather Service River Forecasting System—Snow Accumulation and Ablation Model. NOAA Technical Memorandum, NWS—HYDRO—17.
- 2) Monro, J. C. (1971) : Direct search optimization in mathematical modeling and a watershed model application. NOAA Technical Memorandum NWS—HYDRO—12.
- 3) NOAA (1972) : National Weather Service River Forecasting System, Forecasting System, Forecasting Procedure. NOAA Technical Memorandum NWS—HYDRO—14.
- 4) 菅原, 尾崎, 渡辺, 勝山 (1977) : タンク・モデルの構造を自動的に定める計算機プログラムの開発 (第1報). 国立防災科学技術センター研究報告, No. 17, 41—86.
- 5) 菅原, 渡辺, 尾崎, 勝山 (1978) : タンク・モデルの構造を自動的に定める計算機プログラムの開発 (第2報). 国立防災科学技術センター研究報告, No. 20, 157—216.
- 6) 菅原, 渡辺, 尾崎, 勝山 (1982) : タンク・モデルに付加された土壌水分構造の性質. 国立防災科学技術センター研究報告, No 27, 193—206.

(1981年10月22日 原稿受理)