

重力波における波高と水圧の関係 (I)

——水圧変動の深さによる減衰——

藤 継 幸 雄

国立防災科学技術センター平塚支所

On the Relation between Wave Height and Water Pressure of Gravity Waves (I)

—— Wave Attenuation with Depth ——

By

Y. Fujinawa

Hiratsuka Branch, National Research Center for Disaster Prevention

Abstract

Attenuation of surface waves, whose periods are greater than 2 seconds, was found to comply with the theory of linear approximation, the differences from the observational results in shallow water being within ± 10 per cent.

1. はじめに

波浪の関連する研究において、波高の測定が重要であることはいうまでもない。種々の理由から水圧を測定して波高に換算することがよく行なわれる。水深が10mを越えると、観測塔のような施設がないかぎり海中にポールを立てて、波高を測定することは技術的に相当困難であるし、また、立てても高波のために破壊される危険が大きい。しかし、海底に水圧計を設置することは比較的容易である。また、ブイによる外洋観測にしても波浪の測定は水圧計によらざるをえないであろう。しかし、この際、問題になるのは水圧から波高への換算式である。これは波動場の方程式を解いて水位変動と水圧変動の関係から得られるはずである。流体の運動をうずなし、密度は一定と仮定する。

$$\nabla \times \mathbf{u} = 0, \quad (1)$$

$$\rho = \rho_0. \quad (2)$$

ここに $\nabla = \mathbf{i} \frac{\partial}{\partial x} + \mathbf{j} \frac{\partial}{\partial y} + \mathbf{k} \frac{\partial}{\partial z}$, $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$ は直角座標 x, y, z 方向の単位ベクトル, xy 平面

は平均水面にとり、 z 軸はこの面に垂直に上向きに正にとる。 \mathbf{u} は点 (x, y, z) における速度ベクトルで、 ρ は流体の密度、 ρ_0 は定数である。(1)の仮定から速度ポテンシャル φ が存在して

$$\mathbf{u} = \nabla\varphi, \quad (3)$$

$$\nabla^2\varphi = 0, \quad (4)$$

$$\frac{d\zeta}{dt} = \left(\frac{\partial\varphi}{\partial z}\right)_{z=\zeta}, \quad (5)$$

$$g\zeta + \frac{1}{2}(q^2)_{z=\zeta} + \left(\frac{\partial\varphi}{\partial t}\right)_{z=\zeta} = 0, \quad (6)$$

$$\left(\frac{\partial\varphi}{\partial z}\right)_{z=-H} = 0 \quad (7)$$

である。ここに $\nabla^2 \equiv \partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2 + \partial^2/\partial z^2$ で、 ζ は平均水面からの水位変動、 g は重力加速度、 q は速度の絶対値で $q = |\mathbf{u}|$ 、 H は平均の水深である。(4)は連続の式、(5)は水粒子が水面から遊離しないという運動学的条件、(6)は水面における圧力連続の境界条件、(7)は底面において速度の鉛直成分がゼロという条件である。また、水深は一定とする。

(6)はベルヌーイの式

$$\frac{p}{\rho} = -gz - \frac{1}{2}q^2 - \frac{\partial\varphi}{\partial t} \quad (8)$$

から導かれたものであるが、この式から任意の点における水圧 p を求めることができる。それには方程式(4)~(7)を解けばよいのであるが、方程式系は非線型であって容易に解けない。

普通、未知量 φ, ζ を微小量 ε のべき級数

$$\varphi = \varepsilon\varphi_1 + \varepsilon^2\varphi_2 + \varepsilon^3\varphi_3 + \dots, \quad (9)$$

$$\zeta = \varepsilon\zeta_1 + \varepsilon^2\zeta_2 + \varepsilon^3\zeta_3 + \dots \quad (10)$$

に展開し、 φ_n, ζ_n の満足する方程式を導いて逐次近似を進めてゆく方法が行なわれる。微小量 ε としては、考えている波の成分の最大傾斜 ak をとる。ここに a はこの波の振幅、 k は波数である。第一近似(線型近似ともいう)の解はよく知られているように

$$\zeta_1 = a \cos(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \sigma t), \quad (11)$$

$$\varphi_1 = \sigma a \frac{\cosh k(z+H)}{k \sinh kH} \sin(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \sigma t), \quad (12)$$

$$p = -\rho g z + \rho g a \frac{\cosh k(z+H)}{\cosh kH} \cos(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \sigma t) \quad (13)$$

である。ここに σ は波の角周波数、 \mathbf{k} は波数ベクトル、 \mathbf{r} は位置ベクトルで、 $\mathbf{r} = ix + jy + kz$ である。また、第二近似までの厳密な解はHamada(1965)が与えているが、第一近似の与える頃に比べ補正項の大きさは ak の程度で普通小さい。したがって、 ak が小さいときは波高と水圧の間には十分よい近似で(13)式の関係が成立していると予想される。しかしながら実験においても観測においても(13)式が必ずしもよい近似となっていないという報告が多い。富

永ら (1966) は浅海で3秒から10秒のうねりにつき波高と水圧の測定を行ない, (13) 式と最大50%食い違う結果を得ている. また, 風波の場合には ak が大きくなって線型近似が悪くなるのは当然であろうが, L. A. Korneva (1962) は周期1秒から3秒の風波につき測定し, 平均50%, 最大100%も水圧が線型近似の与える値より小さいと報告している. また, 本間ら (1965) は実験水槽による実験で風胴を使用して作った風波はもちろん, 造波装置でおこした規則波についても線型近似から数10%ずれる結果を得ている. 本間らの対象にした波の領域は周期5秒から0.5秒であるが, 結果の値に相当のばらつきがあるものの, 全体として周期が短くなるにつれて測定値が理論値より小さくなっている. 著者の波浪塔における測定によると, 風波でない場合には3秒以上の領域で5%の範囲で線型近似と一致するが, 3秒から2秒までの領域では10%から40%までほぼ単調に水圧実測値が小さくなった. このような現象がいかなる機構によるものか解明する手がかりとして, 水圧が水深とともにどのように減衰するかを測定することにした. この論文の主題はその結果の報告である.

2台の水圧計を鉛直線上平均水面からそれぞれ z_1, z_2 の所に取付け, 各点の一つの成分に対する水圧変動を p_1, p_2 とすると, 線型近似の範囲内では (13) から容易に

$$p_2 = \frac{\cosh k(z_2 + H)}{\cosh k(z_1 + H)} p_1 \quad (14)$$

が導かれる. (14) 式が高周波域で実測と合わないとき菱田ら (1967) は報告している. われわれはその事実の確認と, ずれがあればその量を知るため同じような方法で実測を行なった. その結果, 周期2秒以上の重力波は十分よい近似で (14) 式で減衰することを確かめた. すなわち, 周期2秒以上の ak の小さい波の深さによる減衰は, 線型近似で数%の範囲内で記述できることを確認した.

2. 実 測

測定はすべて相模湾内の国立防災科学技術センター平塚支所波浪等観測塔で行なった. この地点の平均水深は約22m, 海岸から約1km離れている. 2台の水圧計を沖側の測器取付台に2.55mの間隔をおいて取付け動揺しないよう固定した. 使用した水圧計は, 圧力をベローで変位とし, この変位を差動トランスで電位に変換する方式のものである. 検定は線型性と応答性について調べた. 線型性は, 測器取付台を約50cmずつ上げ, 測定位置と出力とを比較した. 記録は自動平衡記録計で行ない, 2分間の平均値を読み取った. その結果1%以内の線型性が確認された.

応答性の方は, 水圧計を約15cm手で出来るだけ早く上下させて測ったが, 20cm/s以上の応答があることがわかった. これは海洋観測には十分な値である.

観測時間20数分間におけるドリフトは, ほとんど問題にならず, また, あってもデータ処理の過程で数値フィルタで除かれた. 測器自体の雑音は50mV以下で問題にならない. 水圧計からの出力はSDSのデータ集積系 (Data Gathering System) によって紙テープとした. こ

の系の雑音は 20mV 以下で水圧計の出力量 (V) に比べ 1% 以下である。サンプリング間隔は 0.4~0.6秒で 2,000 個のデータをとった。測定時の平均水深 H の測定は底のついた径 10cm の塩化ビニール管の側壁に径 2mm の小孔をあけ、波による水位変動をろ過しフロートを用いて行なった。

測定は、1967年6月から1968年1月までの期間に、種々の状況で14回にわたり行なった。波浪スペクトルの形は種々にわたったが、大別すると、i) 減衰後期で低い周波数に鋭いエネルギーピークがあって高周波域にほとんどエネルギーのないもの、ii) これに比較的新しいうねりが重なって二つ以上のエネルギーピークをもつもの、iii) 沖合いの活発な前線のため広い周波数域にエネルギーが分布しているものの三つに分けられる。しかし、どの場合にも風はほとんどなく平均水面から約 20m の所の風速は 3 m 以下であった。また、波の最大傾斜 ak は 0.05 以下であった。データは、まず、測器のドリフト、測定ちゅうの潮位変動を除くため、極低周波カットの数値フィルタにかけた。このフィルタの周波数応答関数 $Y(\sigma)$ は

$$Y(\sigma) \propto \frac{\sigma^2}{\sigma^2 + \sigma_c^2} \quad (15)$$

である。ここに $(2\pi)^{-1}\sigma_c$ はパワーが半分になる周波数である。データの処理は、 p_1, p_2 を線型系の入力、出力と見なし、周波数応答関数から利得 η_D を算出した。スペクトル計算に使用したウェイトは 0.6398, 0.2401, -0.0600 である。線型近似の与える利得 η_T は (14) から

$$\eta_T = \frac{\cosh k(z_2 + H)}{\cosh k(z_1 + H)} \quad (16)$$

になることは容易にわかる。波数 k から角周波数 σ への変換は線型近似の与える分散公式

$$\sigma^2 = gk \tanh kH \quad (17)$$

を用いて行なった。

計算結果の一つの例を図 1 にかかげる。この例の波のスペクトル型は iii) であって高周波域にも比較的パワーのあるものである。 η_T と η_D の比は周期 2.4 秒以上の波の成分で +3% ~ -5% の範囲で 1 に等しく、2.4 秒から 2 秒までの成分も値が少し大きいとはいえ 10% の範囲に入っている。さらに三つずつ平均してみると、2.2 秒以上では 3% ~ -1% の誤差しかなく、2 秒から 2.2 秒の所のみ +8% で少し大きい統計誤差の範囲内である。

一方、波のスペクトル型が i) で高周波域のパワーが少ないときは、周期 3 秒以上の比較的低パワーのある領域で η_T と η_D は ±5% で一致するが、3 秒 ~ 2 秒領域で最大 20% 実測値が小さくなった。こういう現象が起こる領域でのコヒーレンス

$$r^2 = 1 - \frac{P_n}{P_2} \quad (18)$$

を見るといずれも 0.5 以下で応答関数の推定値の信頼幅は大きくなっている。ここで P_n は雑音のパワー、 P_2 は p_2 のパワーである。十数例の測定結果を総合していえることは、 ak が小さく、パワーがある程度あれば、水圧変動の深さによる減衰は線型近似で十分記述できるという

重力波における波高と水圧の関係(I) — 藤縄

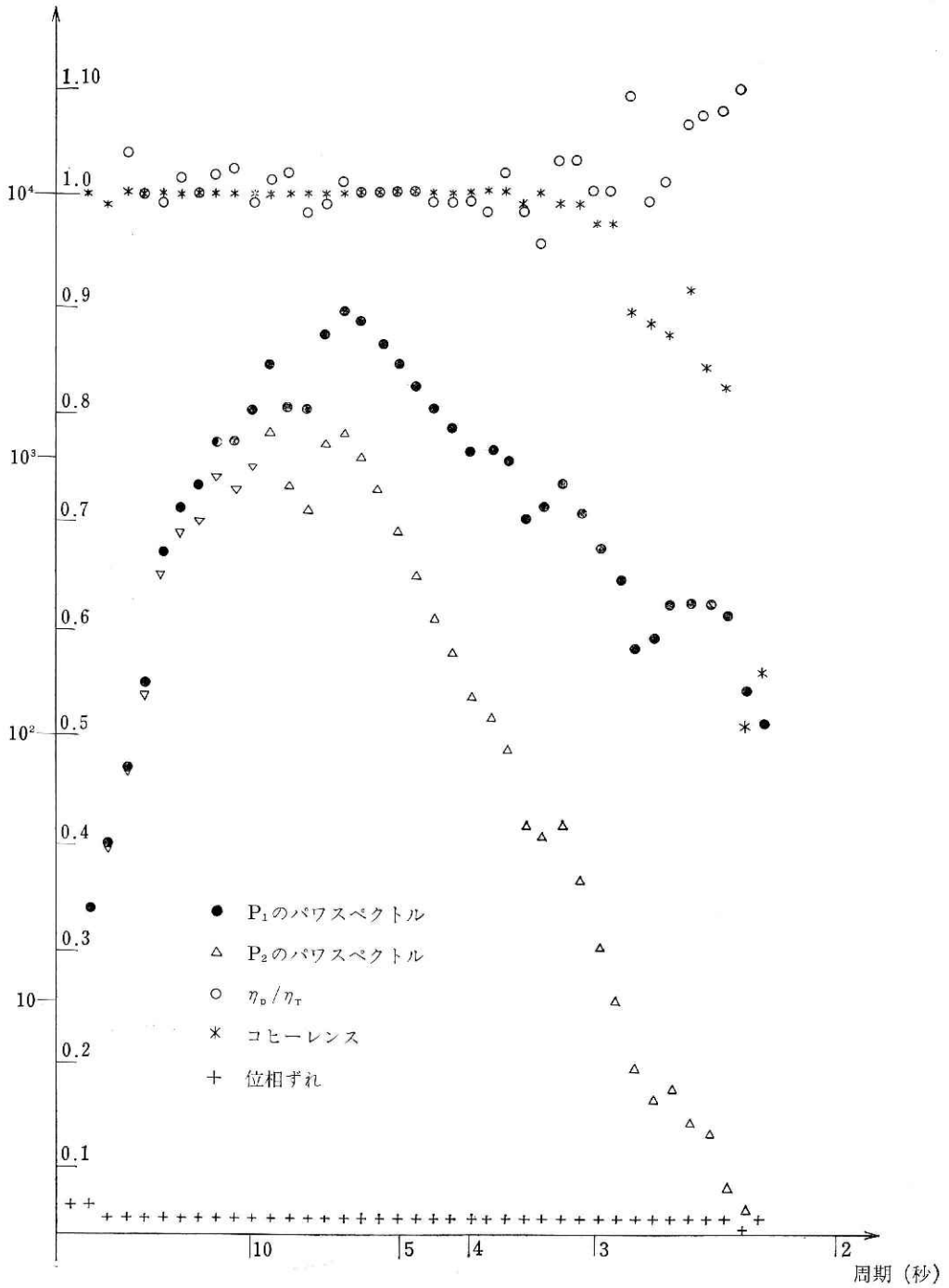


図 1

ことである。

3. おわりに

波高と波圧の関係における3秒から2秒までの測定値と理論値とのずれほどの観測にも共通したものであった。また、この領域のコヒーレンスは常に低く0.8以下で、なんらかの雑音が大きいたることがわかる。この原因としては非線型効果、塔による表面波の変形等が考えられるが、非線型効果の方は、うねりの場合の最大傾斜 ak が0.05以下であり考えにくい。塔による影響の方であるが、著者の測定結果によると、測器取付台から数m離れた場所の波のスペクトルとごく塔の近くの波のスペクトルは4秒近くまではほとんど一致するのに、4秒付近から高周波域では顕著な差異が認められた。もしこれが原因であるとすれば、乱れは水中にあまり伝達しないと考えるべきではないが、これは簡単に納得できることではない。この点の矛盾については今後の実験、測定、考察に待ちたい。

終わりに、種々ご指導いただいた国立防災科学技術センター岩田憲幸博士、データ処理に有益な助言をくださった同菅原正巳博士、水圧計の使用に便宜をいただいた株式会社東邦電探社長伊藤公衛氏、データ処理をしてくださった国立防災科学技術センター第3研究部勝山ヨシ子氏、八十島久氏に深く感謝するしだいでありませう。

参 考 文 献

- 1) Hamada, T. (1965): The secondary interaction of surface waves. *Rep. Port and Harbour Techn. Res. Inst.*, Report No. 10, 1—28.
- 2) 富永正照ら (1966): パイプロトン式波高計について. 防災科学技術総合研究速報, 第1号, 39—44.
- 3) Korneva, L. A. (1962): Some results of a study of wave attenuation with depth. *Bull. (Izv.) Acad. Sci., USSR, Geophys. Ser.*, No. 12, 1138—1144.
- 4) 本間仁ら (1965): 水圧変動波形と水面波形の相関性. 第12回海岸工学講演会講演集, 76—83.
- 5) 菱田耕造ら (1967): 表面波の深さに伴う減衰について. 昭和42年度日本海洋学会秋季大会講演要旨集. (1968年9月30日原稿受理)