

モデル地形における雪崩の運動走路

納 口 恭 明 *

国立防災科学技術センター雪害実験研究所

Traveling Path of Snow Avalanche on Model Configuration

By

Yasuaki Nohguchi

*Institute of Snow and Ice Studies,
National Research Center for Disaster Prevention,
Nagaoka, Niigata-ken, 940*

Abstract

Traveling paths of snow avalanches were calculated on some kinds of configurations, which can be described by simple equations with a few characteristic parameters, to examine the effects of the change of configurations on its path using the equation of motion for a sliding body.

The equation of motion for a sliding body restricted on an arbitrary surface can be derived by the method of analytical mechanics (eq. 2). The equation describes the horizontal components of the motion.

In general, traveling path changes continuously with the changes of parameters for configuration, initial conditions, and the coefficients of resistant force (μ , δ): as can be seen in the case of the straight valley (Fig. 3). In the meandering valley, however, two kinds of paths, "Meandering path" and "Straight path", can exist, and the former changes discontinuously into the latter with the increase of initial velocity as shown in Fig. 9.

* 第1研究室

1. まえがき

自然界で起る雪崩のすべてが、単純な斜面上をまっすぐ滑り落ちてくるものや、はじめから決まった水路のようなところを流れ下りてくるものばかりではない。複雑にゆがんだ地形においては、雪崩の発生点を設定してもその走路は自明ではない。

昭和56年豪雪時に起きた湯之谷村下折立の雪崩災害では、その走路は地形の影響で横に屈曲する形で被災家屋を襲っている(山田・五十嵐, 1982)。したがって一定傾斜の斜面上の速度や到達距離ばかりでなく、様々な地形上での運動走路についても検討する必要がある。

雪崩の運動を記述するモデル(たとえば Mellor, 1978. Perla, 1980)としては、大きくわけて、流体的あるいは連続体的な取り扱いをしようとする場合と、剛体的あるいは質点的な取り扱いをしようとする場合とがあり、雪崩の形態や注目する現象に応じて使い分けなければならない。

これまでのところ、自然地形を微小の平面要素に分割し、雪崩を剛体運動と見なして数値解析しようというものはあるが(日本建設機械化協会編, 1977)、任意の地形上の運動を厳密な方程式によって記述したものはない。

本論文では、巨視的な意味での雪崩の走路と地形の効果を検討する。このため雪崩を一定質量の滑落物体と見なして、任意の地形上を滑落する物体の運動方程式を導き、様々なモデル地形上を滑落する物体の運動走路を数値計算する。

2. 運動方程式

滑らかな曲面上を運動する質量 m の物体の運動方程式を求める。物体には重力と運動に対する抵抗力(これは運動方向の逆向きに作用するものとする)、それに曲面上に拘束する力が作用している。

曲面の方程式を

$$z = f(x, y) \quad (1)$$

とする。ただし xy 平面を水平面とし、 z を鉛直上向きとする。物体の自由度は(1)式で与えられる拘束条件のため2となる。

このような拘束条件での運動方程式は解析力学により求めることができる*。

抵抗力の大きさを R とすると運動は次式により決定される。

* 付録

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\dot{x}}{dt} &= -\frac{f_x}{1+f_x^2+f_y^2} g' - \frac{R}{m} \frac{\dot{x}}{V} \\ \frac{d\dot{y}}{dt} &= -\frac{f_y}{1+f_x^2+f_y^2} g' - \frac{R}{m} \frac{\dot{y}}{V} \\ \frac{dx}{dt} &= \dot{x} \\ \frac{dy}{dt} &= \dot{y} \end{aligned} \right\} (2)$$

ただし $g' = f_{xx}\dot{x}^2 + 2f_{xy}\dot{x}\dot{y} + f_{yy}\dot{y}^2 + g$

$$V = \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2} = \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + (f_x\dot{x} + f_y\dot{y})^2}$$

$$f_x = \frac{\partial f}{\partial x}, \quad f_y = \frac{\partial f}{\partial y}, \quad f_{xx} = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}, \quad f_{yy} = \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}, \quad f_{xy} = \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}$$

である。

(2)式は、水平面に射影した物体の運動を表わしている。z成分の運動は、拘束条件の(1)式から従属的に求められる。

拘束力の x, y, z成分をそれぞれ N_x, N_y, N_z とすると、それらは形式的な運動方程式

$$\left. \begin{aligned} m \frac{d\dot{x}}{dt} &= N_x - R \frac{\dot{x}}{V} \\ m \frac{d\dot{y}}{dt} &= N_y - R \frac{\dot{y}}{V} \\ m \frac{d\dot{z}}{dt} &= -mg + N_z - R \frac{\dot{z}}{V} \end{aligned} \right\} (3)$$

と(2)式とを比較することにより次のように与えられる。

$$\left. \begin{aligned} N_x &= -\frac{mf_x}{1+f_x^2+f_y^2} g' \\ N_y &= -\frac{mf_y}{1+f_x^2+f_y^2} g' \\ N_z &= \frac{m}{1+f_x^2+f_y^2} g' \end{aligned} \right\} (4)$$

したがってその大きさ N は

$$N = \sqrt{N_x^2 + N_y^2 + N_z^2} = \frac{m}{\sqrt{1+f_x^2+f_y^2}} g' \quad (5)$$

となる。

ところで地形面からの拘束力は常に一方の側からしか作用しないから、たとえば地面は常に下側であるならば N_z が負になることはないので、 $g' < 0$ となる場合の運動は(2)式から除外しなければならない。實際上、このような場合は物体は地形面を離れてジャンプすることになる。本論文では原則として g' が正の場合のみを扱うことにする。

3. 慣性走路と勾配走路

(2)式は、地形と発生点の他に R/m を与えることにより解くことができる。運動走路は抵抗力の効果のちがいににより変化する。いま運動走路のうちのふたつの極限を考えることにする。

まず第1に、抵抗力の効果が慣性効果にくらべて十分に小さく、ゼロとみなせる場合である。このとき(2)式は

$$\left. \begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= -\frac{f_x}{1+f_x^2+f_y^2} g' \\ \frac{dy}{dt} &= -\frac{f_y}{1+f_x^2+f_y^2} g' \end{aligned} \right\} (6)$$

となる。

次に、逆の場合で抵抗効果が十分に大きくて慣性効果が無視できるような極限では、走路は次式

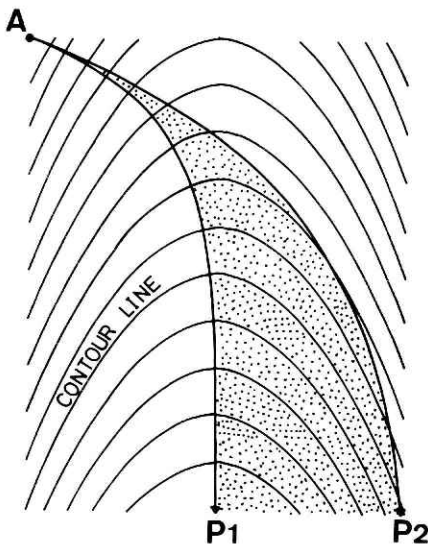


図1 勾配走路 (P_1) と慣性走路 (P_2).
 Fig. 1 "Gradient path" (P_1) obtained from eq. 7 and "Inertia path" (P_2) obtained from eq. 6.

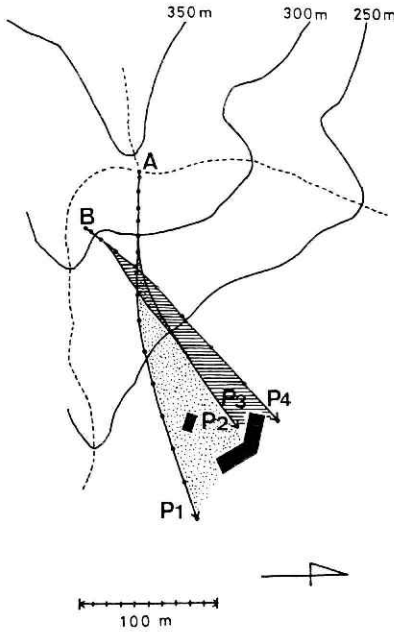


図2 湯之谷村下折立の地形から求めた慣性走路と勾配走路。P₁とP₄は慣性走路、P₂とP₃は勾配走路。A、Bは発生点。

Fig. 2 "Gradient path" (P₂, P₃) and "Inertia path" (P₁, P₄) (Yunotani-mura).

$$\frac{dy}{dx} = \frac{f_y}{f_x} \quad (7)$$

によって決まり、最大傾斜方向をつらねてできる曲線となる。

今後、(6)式で表現される走路を慣性走路、(7)式で表現される走路を勾配走路と呼ぶことにする。

これらの走路は地形と発生点とからのみ定まる。図1は慣性走路と勾配走路を模式的に示したものである。発生点Aの近くではともに等高線に直角に進むが、勾配走路が屈曲する地形においては、慣性走路は勾配走路とは一致しない。

図1のような単純な地形では、(2)式で求められる一般的な走路は、抵抗効果の減少・慣性効果の増加につれて、勾配走路から慣性走路へと連続的に変化していく。この意味で、地形と発生点とから慣性走路と勾配走路を組にして算出することは、一般の走路がとりうる範囲の目安を与えることになる。

図2は56年豪雪で雪崩災害のあった湯之谷村下折立地区の、1万分の1の地形図をもとにして、慣性走路と勾配走路を計算したものである。発生点を2ヶ所(A、B)設定しているが実際の発生点はA点である。図中の黒い部分は被災した家屋である。これらの家屋はA点を発生点として計算した慣性走路と勾配走路の範囲と重なっている。

4. モデル地形上の運動

2、3のパラメータを含む数式で記述されるような代表的なモデル地形を与え、(2)式によ

よって、そのモデル地形上での一般的な運動走路を数値計算してみる。

いま抵抗力の大きさ R を次のような形で与えることにする。

$$R = \mu N + m \delta V^2 \quad (8)$$

ここで N は(5)式で与えられる拘束力の大きさであり、 δ は速度の2乗に比例する抵抗力の項の係数で(1/長さ)の次元をもつ定数である。

地形効果を考えるという目的上、ここではあまり抵抗力の物理的な面には深入りせず、ただ単に、斜面の傾斜 θ が $\tan^{-1} \mu$ よりも小さければやがて静止するということ、 θ が $\tan^{-1} \mu$ よりも大きな一定値であれば平衡速度 v_e 。

$$v_e = \sqrt{\frac{g(\sin \theta - \mu \cos \theta)}{\delta}} \quad (9)$$

をもつというふたつの現象論的要求を満すように抵抗力を設定した。

實際上測定されるのは抵抗力ではなく、 v_e や $\tan^{-1} \mu$ であって、その意味から μ や δ の値は現象の速度スケールを設定するためのものとして考えることにする。

(2)式は4次元の常微分方程式であり、地形 $f(x, y)$ と初期条件 $(x_0, y_0, \dot{x}_0, \dot{y}_0)$ と抵抗の係数 μ, δ を与えることにより解くことができる。

解は Runge - Kutta 法による数値計算により求めた。なお時間ステップ Δt は主に 0.1 秒とした。

例 1. 谷形の地形 - 放物谷 -

基本的な地形のひとつとして谷形の地形を考える。谷筋に沿って y 軸をとり、それと直角に x 軸をとる。このときモデル地形の曲面を次式で与える。

$$f(x, y) = \frac{a}{2} x^2 + by \quad (10)$$

この地形は、谷筋に直角な方向の鉛直断面が放物線をしており、今後このような谷を放物谷と呼ぶことにする。ここで a は、 $x = 0$ すなわち谷底での曲率であり、谷の険しさを表わす。一方、 b は谷筋に沿っての勾配を表わす。

実際現象として谷を下る雪崩のうち、その発生点が谷底ではなく、むしろ谷の側面の急なところにある場合が少なくない。このような雪崩は谷底に到達するとすぐに谷筋に沿って流れ下りるのではなく、抵抗力の程度により対岸側へ乗り上げることになる。

図3は、比較的ゆるやかな谷 ($a=0.01 \text{ m}^{-1}$, $b=0.4$) の1点を発生点とする運動走路を、抵抗力の係数 μ, δ のいろいろな値の場合について求めたものである。

図中の等高線は50mごとであり、一点鎖線は谷筋を表わしている。また走路上の丸印は2秒間隔でつけてある。

$\mu > b$ の場合はやがて静止し、 $\mu < b$ の場合は十分に時間が経過すると(9)式で示される速

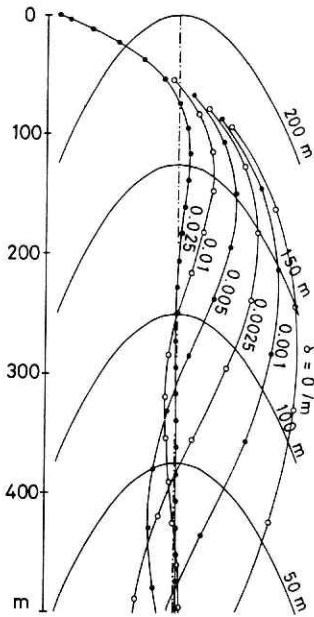


図 3.1 放物谷における運動走路, $\mu=0$ の場合.
 ($\delta=0, 0.001, 0.0025, 0.005, 0.01,$
 0.025 m^{-1}) 丸印は 2 秒間隔を表わす

Fig. 3.1 Traveling paths on "Parabolic valley"
 described by eq. 10.

$\mu = 0$ ($\delta = 0, 0.001, 0.0025, 0.005, 0.01, 0.025 \text{ m}^{-1}$).

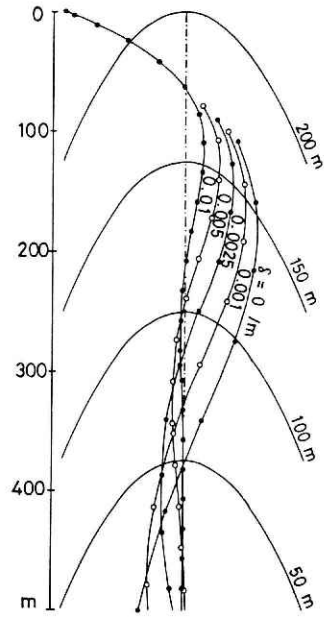


図 3.2 $\mu=0.2$ の場合.
 ($\delta=0, 0.001, 0.0025, 0.005, 0.01 \text{ m}^{-1}$)

Fig. 3.2 $\mu = 0.2$

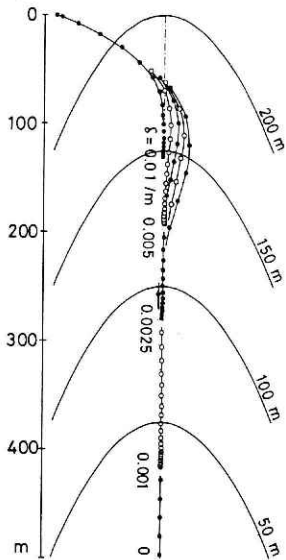


図 3.3 $\mu=0.42$ の場合.
 ($\delta=0, 0.001, 0.0025, 0.005, 0.01 \text{ m}^{-1}$)

Fig. 3.3 $\mu = 0.42$

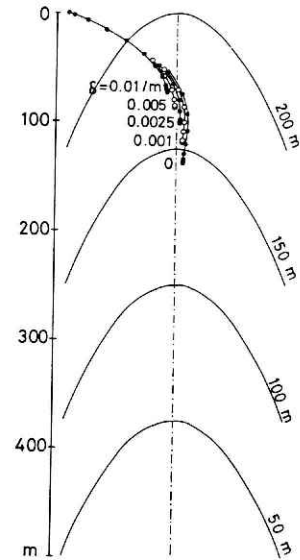


図 3.4 $\mu=0.5$ の場合
 ($\delta=0, 0.001, 0.0025, 0.005, 0.01 \text{ m}^{-1}$)

Fig. 3.4 $\mu = 0.5$

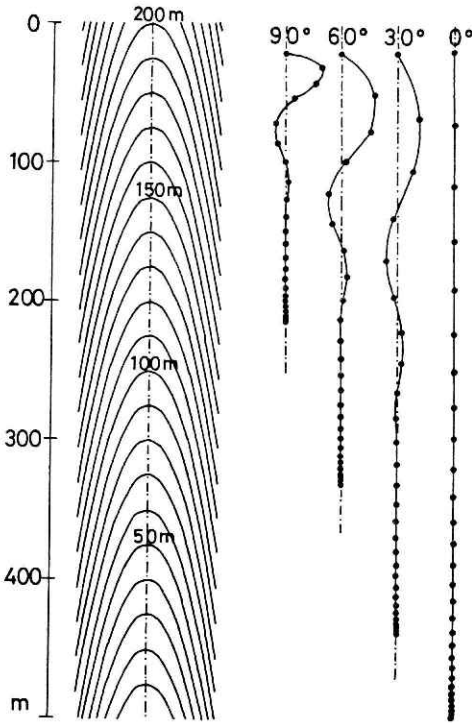


図4 進入角度と運動走路. 初速度は30m/sec.
($\mu=0.42, \delta=0.0025\text{m}^{-1}$)

Fig. 4 Traveling paths for different angles of incidence. The initial velocity is 30 m/sec. ($\mu = 0.42, \delta = 0.0025 \text{ m}^{-1}$)

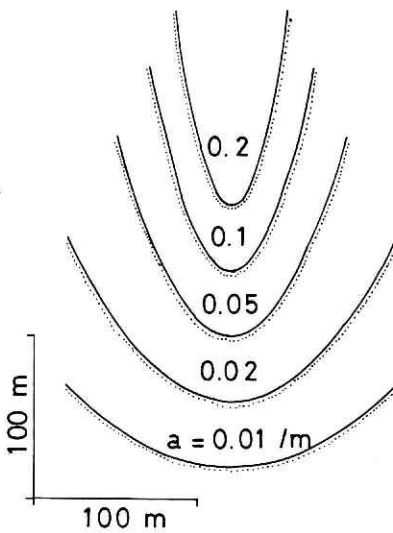


図5.1 放物谷の鉛直断面. ($a=0.01, 0.02, 0.05, 0.1, 0.2\text{m}^{-1}$)

Fig. 5.1 Vertical sections of "Parabolic valley" ($a = 0.01, 0.02, 0.05, 0.1, 0.2 \text{ m}^{-1}$).

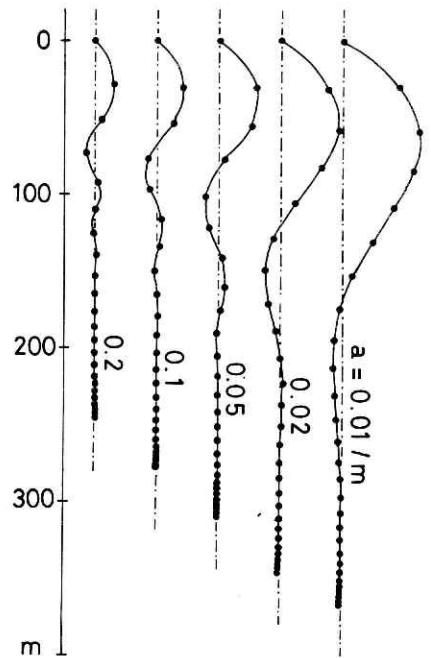


図5.2 谷の険しさと運動走路. 初速度30m/sec, 進入角度60° ($\mu=0.42, \delta=0.0025\text{m}^{-1}$)

Fig. 5.2 Traveling paths for different values of a . The initial velocity is 30 m/sec, and the angle of incidence is 60° ($\mu = 0.42, \delta = 0.0025 \text{ m}^{-1}$).

度で谷筋を下るようになる。いずれの場合にも対岸側への乗り上げは抵抗の係数 μ , δ の減少につれて連続的に大きくなっている。

図4は谷筋への進入角度のちがいによる運動走路の変化を示したもので、谷筋へ速度30 m/sec、角度（水平面に射影したときの角度） 0° , 30° , 60° , 90° で進入させた場合の走路が記されている。なお、図中の等高線は10mごとであり、地形パラメータ a , b はそれぞれ 0.05 m^{-1} , 0.4 である。また抵抗の係数 μ , δ はそれぞれ 0.42 , 0.0025 m^{-1} であり、 $\mu > b$ なのでこの場合途中で静止する。

進入後の走路は、いずれも左右へ何度か振れたのち静止する。明らかにわかる振れの回数はどれも約3回程度であるが、振れの幅は大きな角度で進入したもののほど大きく、そのため逆に、谷筋に沿う下方への到達距離は短くなっている。

図5は、進入速度（30 m/sec）・角度（ 60° ）を一定にして谷のけわしさ、すなわち a を変えた場合の下方への到達距離の変化を示したものである。なお抵抗の係数は前のものと同じである。

この場合は、谷が険しくなるにつれて、明らかに見わかることのできる左右の振れの回数は多くなり、谷筋に沿っての下方への到達距離は短くなるのがわかる。

例2. 谷形の地形—双曲谷—

谷の鉛直断面が放物線の場合を放物谷と呼ぶことにしたが、同様にして次式

$$f(x, y) = \sqrt{a^2 + (cx)^2} + by \quad (11)$$

のように谷筋に直角な方向の鉛直断面が双曲線になっているような谷を双曲谷と呼ぶことにする。

この場合、 c は双曲線の漸近線の勾配であり、谷底での曲率は c^2/a である。 b は谷筋に沿う勾配である。したがって、谷の側面や谷筋に沿う傾斜を一定にして、谷底の曲率だけを変えようとする場合には、(11)式の c と b を固定して a だけを変化させればよい。

図6は谷底が滑らかになった場合の運動走路に与える効果を示したものである。この場合 $c = 1$, $b = 0.4$, $\mu = 0.42$, $\delta = 0.0025 \text{ m}^{-1}$ とし、発生点は谷の側面にしてある。一方、 a の値としては2 m, 5 m, 10 m, 20 mであり、この値は谷底での曲率半径と一致している。

谷底が滑らかになるにつれて、谷底到達後の左右の振れの回数は少なくなり、谷筋に沿う下方への到達距離はいくぶん長くなるのがわかる。

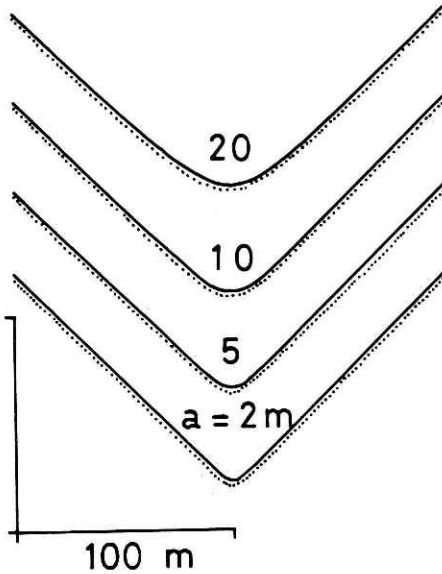


図 6.1 双曲谷の鉛直断面。(a=2, 5, 10, 20m)
 Fig. 6.1 Vertical sections of "Hyperbolic valley"
 (a = 2, 5, 10, 20 m)

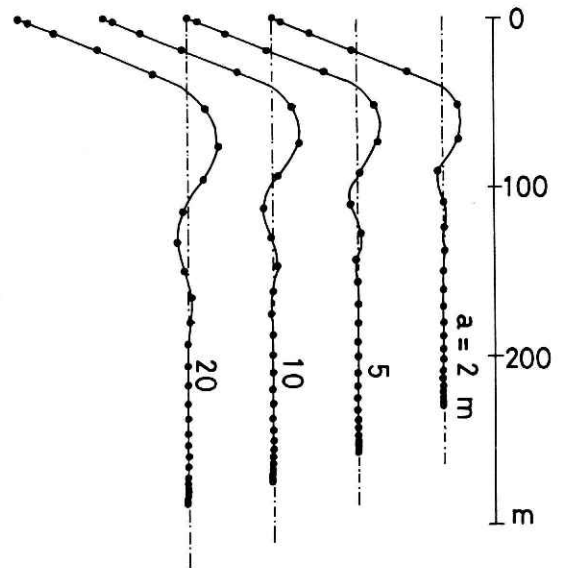


図 6.2 谷底の滑らかさと運動走路. 発生点は固定している.
 Fig. 6.2 Traveling paths for different values of a.
 The release point is fixed.

例 3. 蛇行する放物谷

自然の谷は大なり小なり蛇行しているものが多い。いま谷筋が蛇行するような放物谷を次式によって与える。

$$f(x, y) = \frac{a}{2} \left(x - k \sin \frac{2\pi y}{\lambda}\right)^2 + by \quad (12)$$

a と b は(10)式と同じ性質のものであり、k と λ はそれぞれ水平面に投影した谷筋の蛇行の振幅と波長である。このモデルでは地形を特徴づけるパラメータは4個である。

平らな斜面や蛇行のない谷では、 $\mu < b$ の場合、抵抗力のなかの速度の2乗に比例する項の効果のために、十分に時間がたつと(9)式で示されるような平衡速度に落ちつく。それとの類推で、一定波長をもつ蛇行谷のような規則的な地形においては、その変動と同じ波長をもつ平衡運動あるいは平衡走路のようなものの存在が予想される。

図7は $a = 0.05 \text{ m}^{-1}$, $b = 0.4$, $k = 8 \text{ m}$, $\lambda = 100 \text{ m}$ の地形上の点Aを発生点 ($t = 0$ で $\dot{x} = \dot{y} = 0$) として走路を求めたものである。等高線は10mごとであり、一点鎖線は谷筋を表わしている。また抵抗の係数 μ は0.2であり δ は0.02, 0.01, 0.005, 0.0025 m^{-1} の4種類である。

δ が大きい方、すなわち0.02, 0.01, 0.005 m^{-1} の3つは、発生後少したつと谷の蛇行と同じ波長の平衡運動をはじめのがわかる(このような平衡運動を今後蛇行運動と呼ぶこと

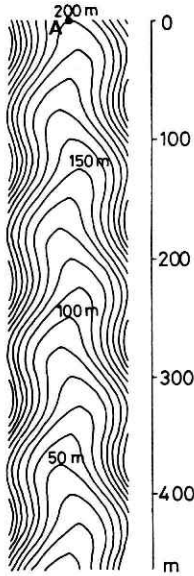


図 7.1 蛇行する谷。
 ($a=0.05\text{m}^{-1}$, $b=0.4$, $k=8\text{m}$,
 $\lambda=100\text{m}$) Aは発生点..

Fig. 7.1 The meandering valley
 ($a = 0.05\text{ m}^{-1}$, $b = 0.4$, $k = 8\text{ m}$, $\lambda = 100\text{ m}$).
 The release point is indicated by A.

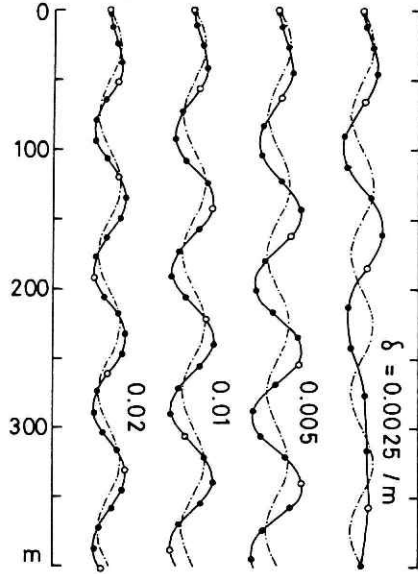


図 7.2 蛇行谷上の運動走路。
 ($\mu=0.2$, $\delta=0.02, 0.01, 0.005, 0.0025\text{m}^{-1}$)

Fig. 7.2 Traveling paths on the meandering valley.
 ($\mu = 0.2$, $\delta = 0.02, 0.01, 0.005, 0.0025\text{ m}^{-1}$).

にする)。この蛇行運動の振幅は谷の蛇行の振幅よりも大きく、位相は遅れている。しかも、谷筋の蛇行とのずれは、 δ が小さくなるにつれて徐々に大きくなる傾向にある。

図8は、このような蛇行運動の走路と谷筋との関係を示したものである。ここでは、 $\pi/2$ 以上の位相のずれをもつ蛇行運動はみられない。

この蛇行運動は、 δ をさらに小さくすると ($\delta = 0.0025\text{ m}^{-1}$) 突如なくなってしまう、そのかわり、谷筋の蛇行をまるで無視するように直進する運動が形成される (今後このような平衡運動を直進運動と呼ぶことにする)。

このような蛇行運動から直進運動への移行は、地形と抵抗の係数を固定しておいた場合でも、初期条件を変えることにより出現する場合がある。図9は、地形と抵抗の係数 ($\mu=0.2$, $\delta=0.005$) を固定しておいて、初速度を0, 5, 15, 20 m/sec と変えていった場合の走路を示している。

初速度が0m/sec と5m/sec の場合は同じ蛇行運動が形成されるが10m/sec 以上では直進運動が形成されるのがわかる。すなわち、地形と抵抗の係数が同じときでも、初期条件の

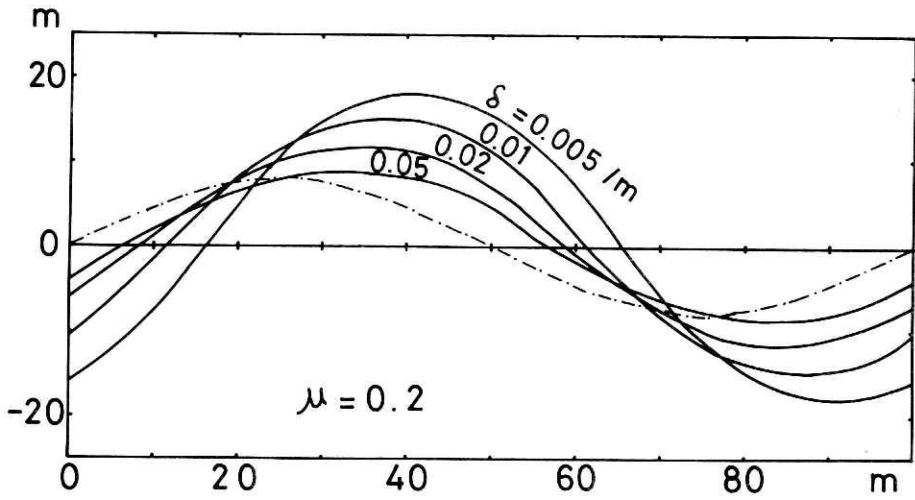


図8 蛇行運動の走路, 一点鎖線は谷筋を表わす。

Fig. 8 "Meandering path". The chain line represents the meander of the thalweg.

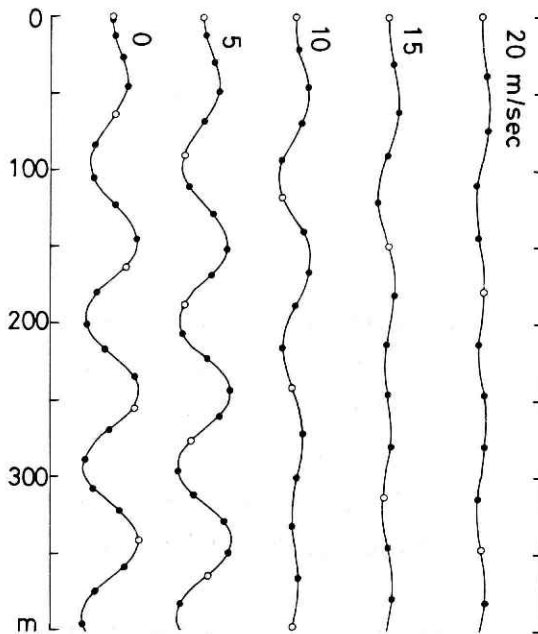


図9 初速度の変化と運動走路, 初速度のちがいで異なる平衡走路が形成される。

Fig. 9 Traveling path for different initial velocities. Two kinds of equilibrium paths are formed according to the initial velocities.

与え方によって、2種類の平衡運動の存在する場合があることになる。

これらの2種類の平衡走路を図10に示す (P_S は直進運動, P_M は蛇行運動). 直進運動の場合は、とくに縦軸方向のスケールが横軸方向のスケールよりも10倍拡大したもの (破線) も同時に示す。

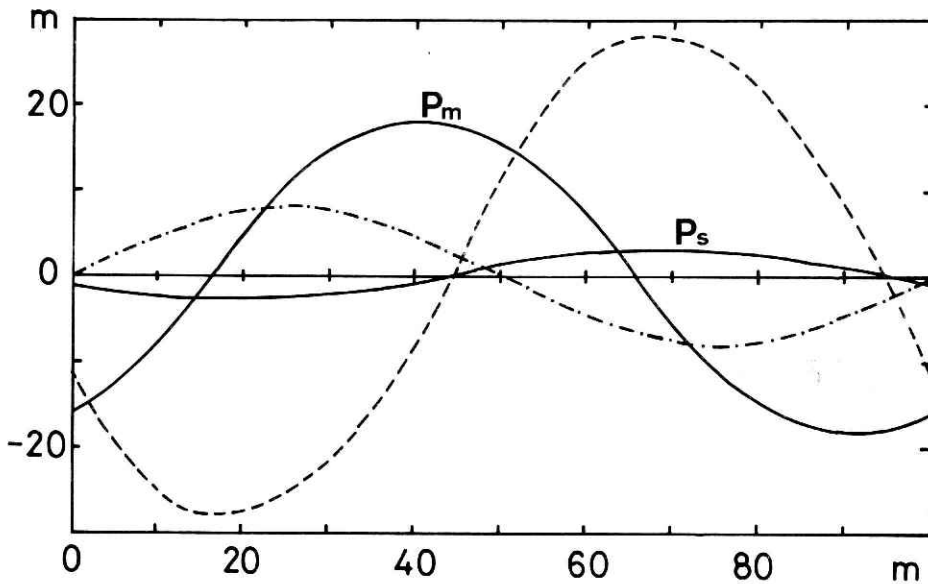


図10 直進運動 (P_S) と蛇行運動 (P_M). 一点鎖線は谷筋を表わす。

Fig. 10 "Straight path" (P_S) and "Meandering path" (P_M).

これから特徴的なことは、直進運動の場合も谷の蛇行と同じ波長の運動となっている点であり、しかも蛇行運動の方は位相のずれがあるにしても谷筋の蛇行と同位相的であるのに対して、直進運動の方は逆位相的な走路となっている点である。

直進運動と蛇行運動とは、運動走路上の蛇行のちがいのため、谷を下る速度にも大きなちがいを持つ。図11は μ を徐々に変化させていったときの平衡運動の谷を下る成分の平均速度を示したものである。黒丸印は蛇行運動を、白丸印は直進運動を表わす。また、図中の点のうってない曲線は(9)式から求められる蛇行のない場合の平衡速度 v_e である。

b の値は 0.4 なので μ が 0.4 以上では速度はゼロであり運動が現われるのは 0.4 以下からである。 μ が 0.4 から 0.2 の近くまでは平衡運動はすべて蛇行運動であり、谷を下る平均速度は μ の減少につれて連続的に増加する。しかし蛇行のない場合の平衡速度との差は大きくなっていく。 μ が 0.2 の近くでは、初期条件の与え方によって、2種類の平衡運動が現われ、しかも蛇行運動から直進運動へ移行することによって、その平均速度は不連続に増加し、蛇行のない場合の平衡速度 v_e に近づく。 μ がさらに小さくなると、平衡運動は直進運動だけ

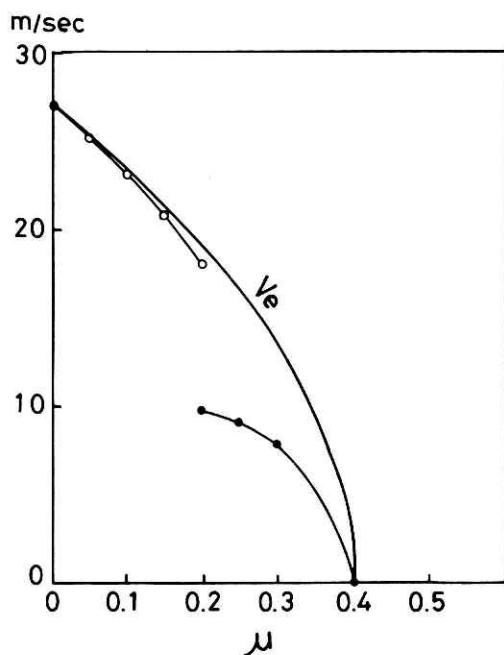


図 11 平衡運動における谷を下る平均速度と μ の関係、($\delta=0.005\text{m}^{-1}$) 黒丸印は蛇行運動、白丸印は直進運動である。 v_e は(9)式から求められる蛇行のない場合の平衡速度。

Fig. 11 The relation of the mean downward velocity to μ . ($\delta = 0.005 \text{ m}^{-1}$) The solid circles are for "Meandering path", and the open circles are for "Straight path". v_e represents the equilibrium velocity obtained from eq. 9 in the case of straight valley.

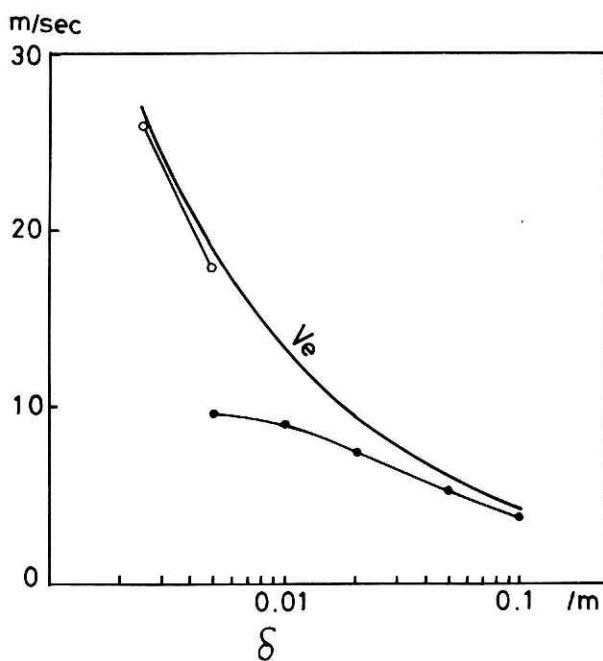


図 12 δ と平均速度との関係、($\mu=0.2$)

Fig. 12 The relation of the mean downward velocity to δ . ($\mu = 0.2$)

となり、平均速度は連続的に大きくなるとともに蛇行のない場合の速度に近づいていく。

同様に図12は、 μ を固定(=0.2)しておいて δ を変化させた場合のものである。この場合も δ の減少にともなって蛇行運動から直進運動への移行が存在し、谷を下る平均速度は不連続に増加する。いずれの場合にしても抵抗力の係数の減少にともなって蛇行運動から直進運動への不連続な移行が生じることになる。

つぎにこの平衡運動の移行と地形の関係を図13, 14, 15に示す。これらの場合 μ と δ はそれぞれ0.1, 0.01 m^{-1} である。

図13は、(12)式の λ を100 m, k を8 mとして、谷の険しさ a を変化させていったものである。 a がゼロのところは平らな斜面であり、したがって平均速度は蛇行のない場合の平衡速度に一致する。谷がゆるやかなうちは直進運動だけが出現し、平均速度は a の増加につれて連続的に減少し、あるところで不連続に蛇行運動に移行する。その際に、平均速度は減少するが、その後 a の増加につれて連続的に大きくなりある一定値(蛇行のない場合の平衡速度より小さい)に漸近する。

図14は、(12)式の λ を100 m, a を 0.05 m^{-1} として振幅 k を変化させてみた場合である。 k がゼロのところは蛇行のない場合に相当する。振幅が小さいうちは直進運動のみ存在し、 k の増加につれて平均速度は減少する。そしてこの場合では振幅 k が8 mの近くで蛇行運動に移行し、平均速度は不連続に減少する。その後、 k の増加につれて蛇行運動の平均速度は減少する。

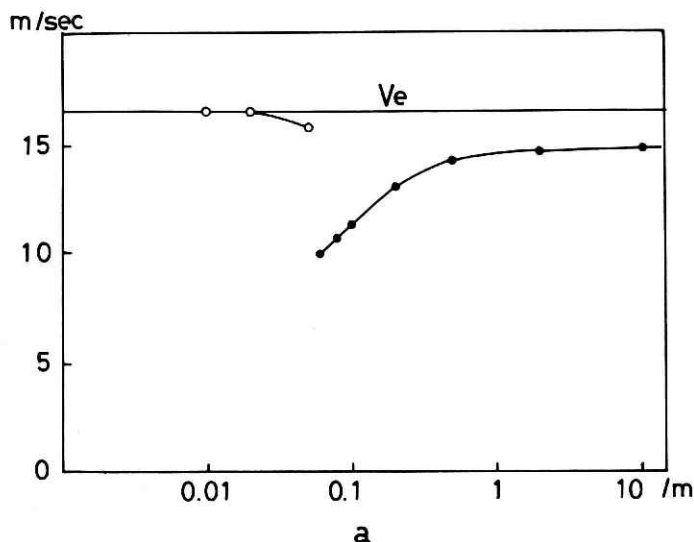


図13 a と平均速度との関係。($\mu=0.1$, $\delta=0.01 \text{ m}^{-1}$, $k=8 \text{ m}$, $\lambda=100 \text{ m}$, $b=0.4$)

Fig. 13 The relation of the mean downward velocity to a .
($\mu=0.1$, $\delta=0.01 \text{ m}^{-1}$, $k=8 \text{ m}$, $\lambda=100 \text{ m}$, $b=0.4$)

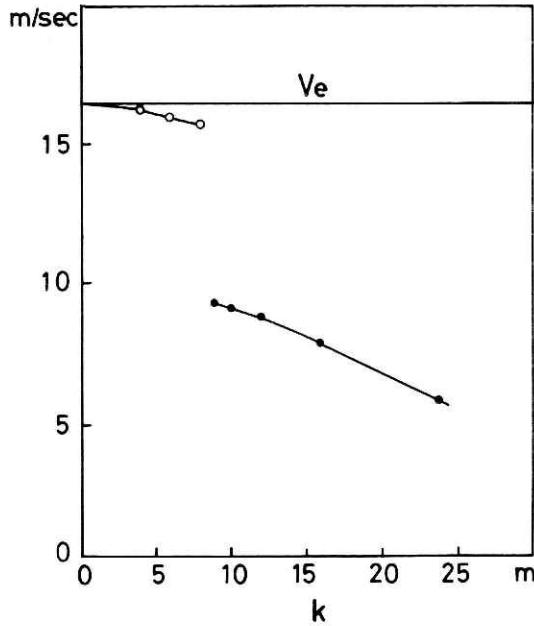


図 14 蛇行の振幅 k と平均速度との関係. ($\mu=0.1$, $\delta=0.01\text{m}^{-1}$, $\lambda=100\text{m}$, $a=0.05\text{m}^{-1}$, $b=0.4$)

Fig. 14 The relation of the mean downward velocity to the width of the meander of valley (k). ($\mu=0.1$, $\delta=0.01\text{m}^{-1}$, $\lambda=100\text{m}$, $a=0.05\text{m}^{-1}$, $b=0.4$)

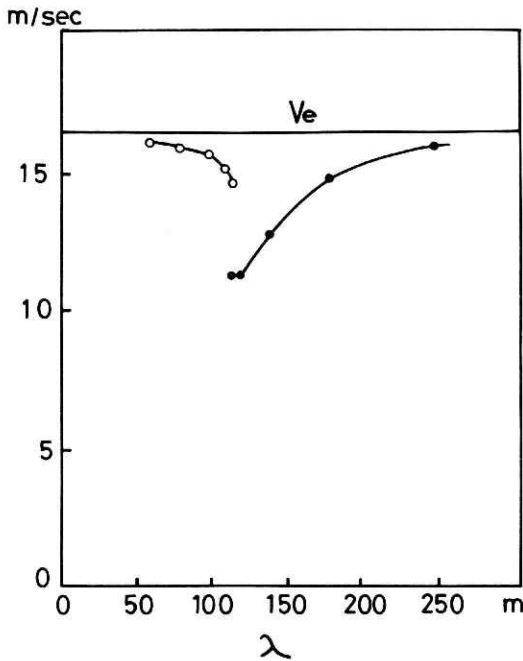


図 15 蛇行の波長 λ と平均速度との関係. ($\mu=0.1$, $\delta=0.01\text{m}^{-1}$, $k=8\text{m}$, $a=0.05\text{m}^{-1}$, $b=0.4$)

Fig. 15 The relation of the mean downward velocity to the wave length of the meander of valley (λ). ($\mu=0.1$, $\delta=0.01\text{m}^{-1}$, $k=8\text{m}$, $a=0.05\text{m}^{-1}$, $b=0.4$)

図15は、(12)式の k を 8 m 、 a を 0.05 m^{-1} として波長 λ を変化させてみた場合である。 λ が ∞ の極限は蛇行のない場合に相当する。 λ が長いところでは平衡運動は蛇行運動となる。この蛇行運動の平均速度は、 λ が短くなるにつれて減少する。波長 λ が 100 m くらいで蛇行運動は直進運動へ移行し、平均速度は不連続に増加する。直進運動の平均速度は λ が短くなると増加するが、 λ の非常に小さいところではジャンプするようになる。図にはジャンプする前までを示している。

例 4. 凹凸のある斜面

斜面に凹凸がある場合の効果を考える。次式によって凹凸のある斜面の地形を与える (図 16)。

$$f(x, y) = by + k \sin \frac{2\pi y}{\lambda} \quad (13)$$

b は平均勾配、 k は振幅、 λ は波長である。

このような地形での運動には3つの場合が存在する。地形の凹凸にとらえられて静止する場合とジャンプしながら進む場合とジャンプせずに平衡運動する場合である。

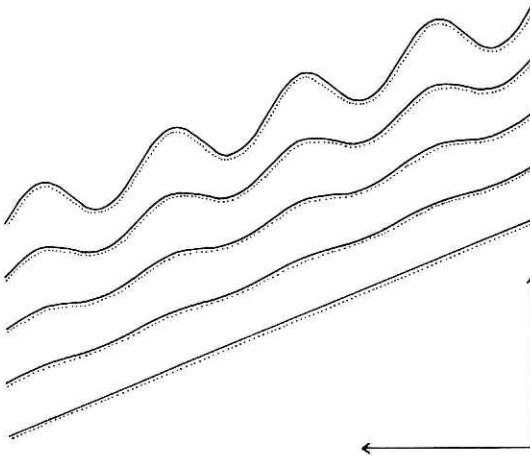


図 16 凹凸のある斜面のモデル
Fig. 16 Sinusoidal slope.

図17は、斜面方向の、平衡運動の平均速度と凹凸の振幅との関係を示したものである。黒丸印はジャンプをしない場合であり、白丸印は、実際はジャンプするのであるが上からも拘束を与えてジャンプしないものとして求めた速度である。

A の場合、地形の効果のために速度が小さくなってきてもジャンプすることはなく、振幅がある値を越えると平衡運動は存在しなくなる。B の場合は、地形の効果があるので一時的にジャンプするが、さらに振幅を大きくすると再びジャンプのない平衡運動が現われる。C の場合は、地形効果がでてくるとすべてジャンプするようになる。

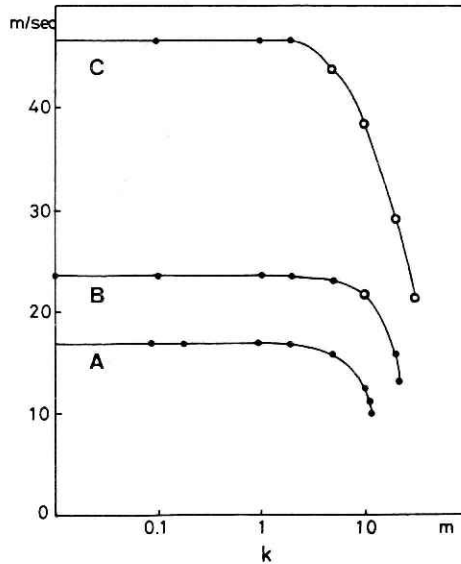


図 17 凹凸の振幅と平衡運動の平均速度との関係. (A: $\mu=0.1$, $\delta=0.01\text{m}^{-1}$, $b=0.4$, $\lambda=100\text{m}$, B: $\mu=0.1$, $\delta=0.01\text{m}^{-1}$, $b=0.8$, $\lambda=100\text{m}$, C: $\mu=0.1$, $\delta=0.0025\text{m}^{-1}$, $b=0.8$, $\lambda=100\text{m}$)

Fig. 17 The mean downward velocity vs. the amplitude (k).

(A: $\mu = 0.1, \delta = 0.01 \text{ m}^{-1}, b = 0.4, \lambda = 100 \text{ m}$, B: $\mu = 0.1, \delta = 0.01 \text{ m}^{-1}, b = 0.8, \lambda = 100 \text{ m}$, C: $\mu = 0.1, \delta = 0.0025 \text{ m}^{-1}, b = 0.8, \lambda = 100 \text{ m}$)

ここでは示していないが、波長が小さくなるとほとんどジャンプするようになる。したがってこのような場合に巨視的な意味での地形効果というよりも、微視的な意味での地形効果として考えるほうがよい。

例 5. 屈曲する地形

走行区と堆積区で異なる傾斜をもつ屈曲した地形を次式によって与える。

$$f(x) = \frac{-\beta x + \sqrt{\alpha^2 + (cx)^2}}{\alpha} \tag{14}$$

ここで走行区と堆積区の傾斜をそれぞれ θ_1, θ_2 とすると α, β は θ_1, θ_2 によって次のように表わされる。

$$\alpha = \cos^2 \frac{\theta_1 + \theta_2}{2} - c^2 \sin^2 \frac{\theta_1 + \theta_2}{2}$$

$$\beta = (1 + c^2) \sin \frac{\theta_1 + \theta_2}{2} \cos \frac{\theta_1 + \theta_2}{2}$$

$$c = \tan \frac{\theta_1 - \theta_2}{2}$$

また屈曲部の曲率半径を r とすると a は次のように表わされる。

$$a = c^2 r$$

したがってこのモデル地形は3つのパラメータ θ_1 , θ_2 , r によって特徴づけられる。

このような屈曲する地形は、走路としては意味はないが、実際の雪崩の地形としてはもっとも代表的なものである。

ひとつの計算例として、56年豪雪時に雪崩災害のあった守門村大倉地区の場合を図18に示す。この場合 θ_1 , θ_2 としてはそれぞれ 34.5° , 4.5° とし、 a は20mとして計算してある。

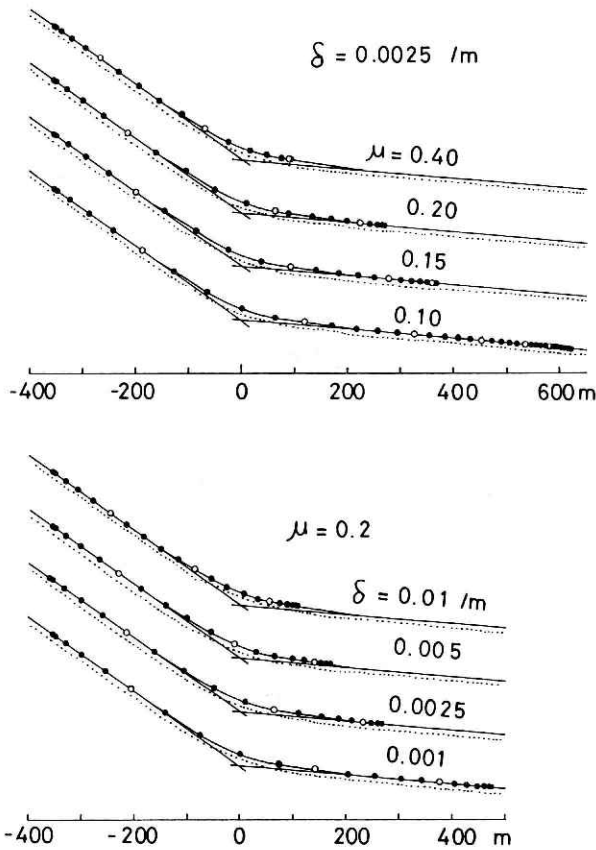


図18 屈曲する地形のモデル。丸印は2秒ごと、とくに白丸印は10秒ごとの位置を示す。

Fig. 18 Bending slope.

5. あとがき

雪崩の巨視的な意味での運動を、いろいろなモデル地形上を滑落する物体の運動をとおして調べてきた。したがって、これまで述べてきたことは滑落物体についてのものであって、雪崩そのものに関するものではない。しかし、巨視的な意味での地形効果に注目するかぎり、滑落物体における現象を雪崩の現象と見ても本質的に誤るということはない。

本論文でとり上げたいいくつかのモデル地形のうち、とくに蛇行谷において現われた平衡運動の不連続な変化は興味ある現象といえる。単純な地形上では慣性走路と勾配走路によって運動の目安を与えることができるが、これはあくまで現象が連続的に変化することを前提としている。実際現象においてこのような不連続が現われた場合、人の目には予想外の運動として映ることになるだろう。

なお、本論文では質量 m と抵抗の係数は運動中一定であるとして計算してきた。しかし、より一層、雪崩の運動に近づくためには質量変化や抵抗の変化が与える物理的な意味を明らかにする必要がある。これらの効果については現在検討中である。

最後に、雪害実験研究所内での研究発表会などで数々の御意見を寄せられた雪害実験研究所の方々に感謝の意を表します。

参 考 文 献

- 1) Mellor, M. (1978): Dynamics of snow avalanches. In *Rockslides and Avalanches I*, ed. B. Voigt, Elsevier, Amsterdam, 833 pp. cs. p. 753-792.
- 2) 日本建設機械化協会 (1977): 新防雪ハンドブック. 第1版, 森北出版, 513 pp. p. 162-165 参照.
- 3) Perla, R.I. (1980): Avalanche release, motion, and impact. In *Dynamics of Snow and Ice Masses*, ed. s. c. Colbek, Academic, New York, 468 pp. cs. p. 397-456.
- 4) 山田・五十嵐 (1982): 昭和56年豪雪による雪崩災害. 「昭和56年豪雪による北陸地方の災害現地報告」. 国立防災科学技術センター主要災害調査, 第17号, 337 - 354.

(1983年6月9日 原稿受理)

付 録

x, y を独立な成分とするとラグランジュの方程式は次の形で表わされる.

$$\left. \begin{aligned} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}} \right) - \frac{\partial L}{\partial x} &= R_1 \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{y}} \right) - \frac{\partial L}{\partial y} &= R_2 \end{aligned} \right\} \quad (i)$$

ここで L は運動エネルギー

$$K = \frac{m}{2} \{ \dot{x}^2 + \dot{y}^2 + (f_x \dot{x} + f_y \dot{y})^2 \} \quad (ii)$$

とポテンシャルエネルギー

$$U = mgf(x, y) \quad (iii)$$

とよって

$$L = K - U \quad (iv)$$

と表わされる.

一方, R_1, R_2 は抵抗力の x, y, z 成分 R_x, R_y, R_z と

$$\left. \begin{aligned} R_1 &= R_x + R_z f_x \\ R_2 &= R_y + R_z f_y \end{aligned} \right\} \quad (v)$$

という関係をもつ.

R_x, R_y, R_z は抵抗力の大きさ R と速度の大きさ V とよって

$$(R_x \ R_y \ R_z) = -\frac{R}{V} (\dot{x} \ \dot{y} \ f_x \dot{x} + f_y \dot{y}) \quad (vi)$$

と表わされるのでこれを(v)式に代入して

$$\left. \begin{aligned} R_1 &= -\frac{R}{V} (\dot{x} + f_x^2 \dot{x} + f_x f_y \dot{y}) \\ R_2 &= -\frac{R}{V} (\dot{y} + f_y^2 \dot{y} + f_x f_y \dot{x}) \end{aligned} \right\} \quad (vii)$$

となる.

(ii), (iii), (iv), (vii), を(i)に代入して整理すると次のようになる.

$$\left. \begin{aligned} (1 + f_x^2) \frac{d\dot{x}}{dt} + f_x f_y \frac{d\dot{y}}{dt} &= f_x (f_{xx} \dot{x}^2 + 2f_{xy} \dot{x} \dot{y} + f_{yy} \dot{y}^2) \\ &\quad - g f_x - \frac{R}{mV} (\dot{x} + f_x^2 \dot{x} + f_x f_y \dot{y}) \\ f_x f_y \frac{d\dot{x}}{dt} + (1 + f_y^2) \frac{d\dot{y}}{dt} &= f_y (f_{xx} \dot{x}^2 + 2f_{xy} \dot{x} \dot{y} + f_{yy} \dot{y}^2) \\ &\quad - g f_y - \frac{R}{mV} (\dot{y} + f_y^2 \dot{y} + f_x f_y \dot{x}) \end{aligned} \right\} \quad (viii)$$

viii)式を $d\dot{x}/dt, d\dot{y}/dt$ で整理すると

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\dot{x}}{dt} &= -\frac{f_x}{1+f_x^2+f_y^2} (f_{xx}\dot{x}^2 + 2f_{xy}\dot{x}\dot{y} + f_{yy}\dot{y}^2 + g) - \frac{R}{m} \frac{\dot{x}}{V} \\ \frac{d\dot{y}}{dt} &= -\frac{f_y}{1+f_x^2+f_y^2} (f_{xx}\dot{x}^2 + 2f_{xy}\dot{x}\dot{y} + f_{yy}\dot{y}^2 + g) - \frac{R}{m} \frac{\dot{y}}{V} \end{aligned} \right\} (2)$$

が得られる.