

耐震実験装置のノイズ入力による性能確認試験

菅原正巳・勝山ヨシ子

国立防災科学技術センター第3研究部

Test of an Electrohydraulic Vibration Generation System by Noise Input

By

M. SUGAWARA and Y. KATSUYAMA

National Research Center for Disaster Prevention, Tokyo

Abstract

Input noise is made by a digital computer (TOSBAC-3400) and is recorded in a data recorder after being changed into voltage vibration by D/A converter.

Input noise is made from white noise, series of random numbers, by giving it two or three operations of the first-order lag system with the time constant T which is taken as follows:

$$T = 2^9 \cdot 10^{-4} = 0.0512 \approx 1/20 \text{ (sec)},$$

$$T = 2^{10} \cdot 10^{-4} = 0.1024 \approx 1/10 \text{ (sec)},$$

$$T = 2^{11} \cdot 10^{-4} = 0.2048 \approx 1/5 \text{ (sec)}.$$

Then we have six sorts of noise.

As the first-order lag system is approximately integral (incomplete integral), the noise made from white noise after two operations of first-order lag system will be reduced to white noise, if we take out its acceleration. Therefore, if we use this noise as input, it will be a severe test for vibration system.

Digital noise made by the computer is converted with sampling frequency of 5,000 c/s into voltage vibration, which shows a very smooth wave form and we cannot find the noise caused by sampling.

In the test using the noise input, we pick up displacement and acceleration at several spots and the data recorded in a data recorder are converted into digital value.

The results of spectral analysis of these data are as follows.

Contrary to expectation, in the case using the noise input which is ex-

pected as the severest one, the output follows the input fairly well in the region up to 20 c/s. But in the case of the low-frequency noise input, the output oscillates in high-frequency region, independent of the input. The cause of this high-frequency oscillation may lie partly in the control system which expects high gain at about 20 c/s, and partly in the structure of the bearing system of the vibrating table.

1. 概要

1.1 入力ノイズは電子計算機TOSBAC-3400で作成し、D/A変換機により電圧波形に変え、データレコーダに記録し、これを実験時の入力とした。

1.2 入力ノイズは次の方法により作られた。白色ノイズとして一様擬似乱数を作り、これに一次遅れを2回、または3回施したものを、入力用ノイズとした。一次遅れの時定数として、0.0512秒(≐1/20秒)、0.1024秒(≐1/10秒)、0.2048秒(≐1/5秒)の3種類を用いた。

得られた入力ノイズは結局6種類である。一次遅れはほぼ積分に近いものであるから、白色ノイズに一次遅れを2回施したものは、加速度をとるとほぼもとの白色ノイズにもどるわけで、試験用入力としてはかなりきびしすぎるであろうと期待された。

計算機で作られた乱数は5,000%でD/A変換された。得られた電圧波形はきわめてなめらかで、抽出による雑音は全く認められない。

1.3 このノイズを入力として振動台を動かし、振動台の各所における変位、加速度をデータレコーダにとり、持ち帰ってA/D変換機により数値に変え、スペクトル解析を行なった。

1.4 結果はやや期待に反し、最もきびしきと思われた入力、一様乱数を時定数1/20秒の一次遅れに2回通したものが、最もよい結果を与え、20%までの範囲で、出力はかなり忠実に入力に追随している。高周波成分の少ない入力の場合には、かえって高周波部分で発振が起こっている。

1.5 低周波入力の場合に高周波発振が生ずるのは、一つには20%あたりの利得をあげようと無理をしている制御機構と、さらには振動台の保持の仕方のあたりに原因があるものと思われる。

2. 入力ノイズの作成

2.1 入力ノイズは白色ノイズ $n(t)$ に一次遅れ

を2回、または3回施すことにより作成された。数式で書けば

$$x_1(t) = \int_0^{\infty} \lambda e^{-\lambda s} n(t-s) ds$$

$$x_2(t) = \int_0^{\infty} \lambda e^{-\lambda s} x_1(t-s) ds \\ = \int_0^{\infty} \lambda^2 s e^{-\lambda s} n(t-s) ds$$

$$x_3(t) = \int_0^{\infty} \lambda e^{-\lambda s} x_2(t-s) ds \\ = \int_0^{\infty} \frac{1}{2} \lambda^3 s^2 e^{-\lambda s} n(t-s) ds$$

$x_2(t)$ 、 $x_3(t)$ が求める入力ノイズで、演算子でかけば、 p を微分演算子として、

$$x_1(t) = (\lambda / (p + \lambda)) n(t)$$

$$x_2(t) = (\lambda / (p + \lambda))^2 n(t)$$

$$x_3(t) = (\lambda / (p + \lambda))^3 n(t)$$

となる。

2.2 一次遅れ演算子 $\lambda / (p + \lambda)$ の周波数応答関数は $\lambda / (i\omega + \lambda)$ である(ω は角速度)。白色ノイズ $n(t)$ のパワースペクトルは一様であるから、これに一次遅れを施すごとに、パワースペクトル密度には $|\lambda / (i\omega + \lambda)|^2 = \lambda^2 / (\omega^2 + \lambda^2)$ が掛かる。したがって、

$$x_1(t) \text{ のパワースペクトル密度 : } \lambda^2 / (\lambda^2 + \omega^2)$$

$$x_2(t) \text{ のパワースペクトル密度 : } \lambda^4 / (\lambda^2 + \omega^2)^2$$

$$x_3(t) \text{ のパワースペクトル密度 : } \lambda^6 / (\lambda^2 + \omega^2)^3$$

である。

図-1はノイズ $x_2(t)$ 、 $x_3(t)$ のパワースペクトル密度を示す。この図に見るように、パワースペ

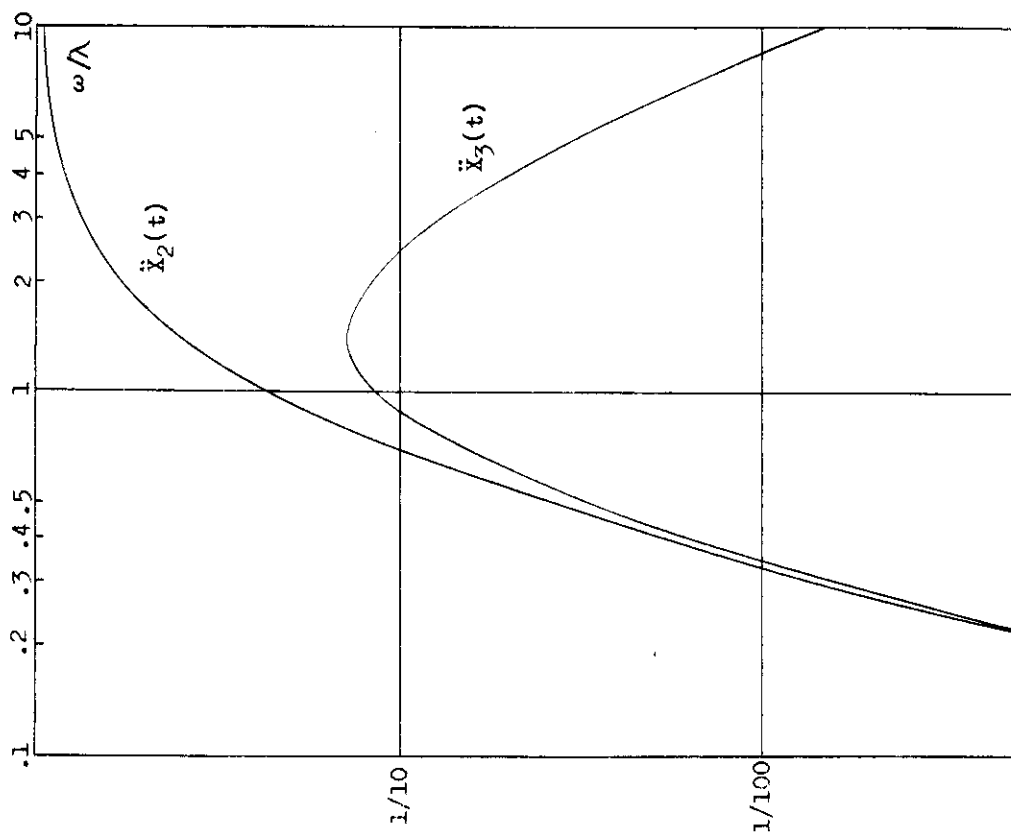


Fig. 2. Power spectra of $\ddot{X}_2(t)$ and $\ddot{X}_3(t)$.

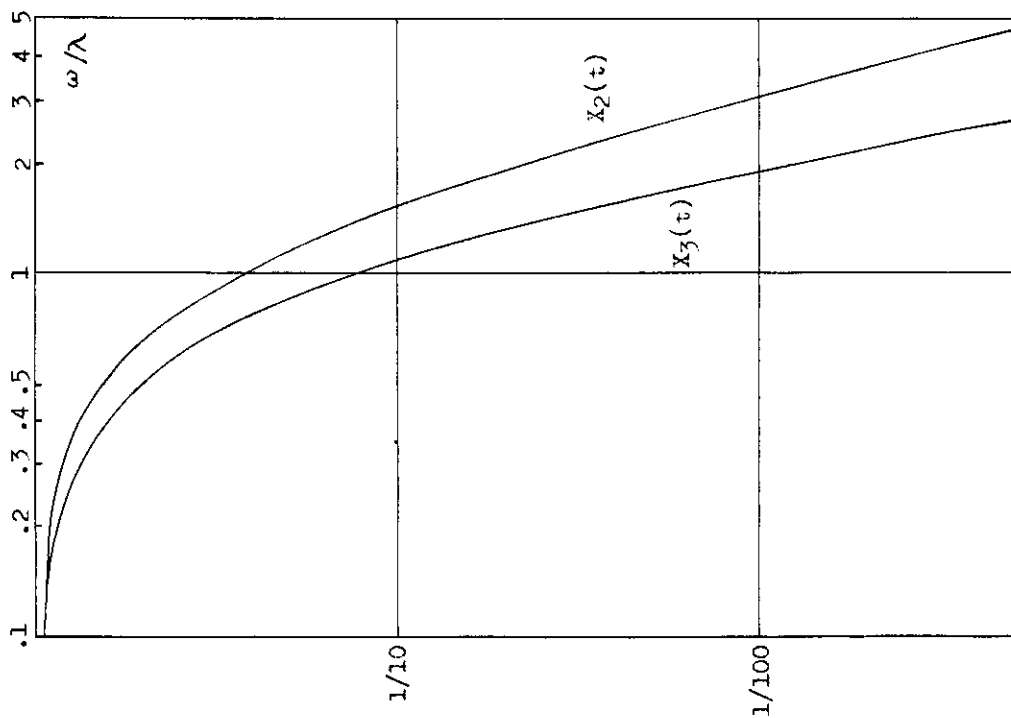


Fig. 1. Power spectra of $X_2(t)$ and $X_3(t)$.

クトル密度は $\omega = \lambda$ をこえるあたりから急激に減少し、 $x_2(t)$ ではほぼ ω の4乗に、 $x_3(t)$ ではほぼ ω の6乗に反比例して減少する。

2.3 このノイズは加振機の入力用に作ったもので、加振機はこれに追従すべく力を出すのであるから、加速度が必要になるわけである。ノイズの加速度のパワースペクトルは次式で与えられる。(1回微分すると ω^2 が掛かるから)。

$$\ddot{x}_2(t) : \lambda^4 \omega^4 (\omega^2 + \lambda^2)^{-2}$$

$$\ddot{x}_3(t) : \lambda^6 \omega^4 (\omega^2 + \lambda^2)^{-3}$$

図-2は $\ddot{x}_2(t)$, $\ddot{x}_3(t)$ のパワースペクトル密度で、 $\ddot{x}_2(t)$ は低周波が落とされたノイズ、 $\ddot{x}_3(t)$ は $\omega = \sqrt{2} \lambda$ の所にピークを持ち低高両側が落とされたノイズである。

2.4 電子計算機によるノイズ作成方法は次のとおりである。

(1) まず一様擬似乱数列 $\{N(i)\}$ を作る。TOSBAC-3400は1語24ビットの計算機で、第1ビットは符号だから、 2^{23} を mod として、次の方式で擬似乱数を作った。

$$N(i) \equiv a^i \pmod{2^{23}}$$

$$a = 6,885,085 \equiv 5^{11} \pmod{2^{23}}$$

この擬似乱数は $2^{22} \div 2 \times 10^6$ で繰り返しが始まる。

(2) 乱数に一次遅れを施す演算

$$x_1(t) = \int_0^\infty \lambda e^{-\lambda s} n(t-s) ds$$

は、時系列については次の和で表わされる。

$$\begin{aligned} X_1(i) &= (1-r) \sum_{j=0}^{\infty} r^j N(i-j) \\ &= (1-r) N(i) + (1-r) \sum_{j=1}^{\infty} r^j N(i-j) \\ &= (1-r) N(i) + (1-r) r \sum_{j=0}^{\infty} r^j N(i-1-j) \\ &= (1-r) N(i) + r X_1(i-1) \end{aligned}$$

この演算を2回、3回と繰り返せば $x_2(t)$, $x_3(t)$ に当たる時系列が得られる。

$$X_2(i) = (1-r) X_1(i) + r X_2(i-1)$$

$$X_3(i) = (1-r) X_2(i) + r X_3(i-1)$$

2.5 われわれは当初10 kc でD/A 変換する

予定で時系列を作成した。抽出間隔 $\Delta t = 10^{-4}$ 秒である。

応答関数 $h(t) = \lambda e^{-\lambda t}$ の抽出間隔 Δt に対する減衰率は $r = e^{-\lambda \Delta t}$ で、 Δt はきわめて小さいから

$$r = 1 - \lambda \Delta t$$

としてよい。ここで r の値として

$$1-2^{-9}, \quad 1-2^{-10}, \quad 1-2^{-11}$$

の3種類をえらんだ。これは $\lambda \Delta t$ を 2^{-9} , 2^{-10} , 2^{-11} と置いたことで、 $\Delta t = 10^{-4}$ であるから

$$\lambda = 2^{-9} \cdot 10^4 = 10^4 / 512 \div 20$$

$$\lambda = 2^{-10} \cdot 10^4 = 10^4 / 1024 \div 10$$

$$\lambda = 2^{-11} \cdot 10^4 = 10^4 / 2048 \div 5$$

である。 λ の代わりに一次遅れの時定数 $T = 1/\lambda$ で表わせば

$$T = 0.0512 \text{秒}, \quad 0.1024 \text{秒}, \quad 0.2048 \text{秒}$$

の3種類である。

2.6 図-2を見るに $\ddot{x}_2(t)$ のパワースペクトル密度は、 ω/λ が3をこえるあたりから、ほぼ一様になる。 $\omega = 2\pi f$ であるから、周波数 f について言えば、 ω が 3λ をこえるあたりというの、 f が 0.5λ をこえるあたりになる。すなわち $\lambda \div 20$ ならば 10 c/s , $\lambda \div 10$ ならば 5 c/s , $\lambda \div 5$ ならば 2.5 c/s をこえるあたりから、ほぼ白色ノイズであるとみてよい。

$\ddot{x}_3(t)$ については $\omega/\lambda = 1.5$ のあたりにピークがあるから、周波数 $f = \omega/2\pi$ についていえば、 $\lambda \div 20$ ならば 5 c/s , $\lambda \div 10$ ならば 2.5 c/s , $\lambda \div 5$ ならば 1.2 c/s のあたりにピークを持つノイズである。

2.7 計算で得られたノイズ時系列 $\{X_2(i)\}$, $\{X_3(i)\}$ はその中の絶対値最大のもので割って

± 1 の範囲内に入れ、D/A変換して電圧波形にかえ、データレコーダに記録した。データレコーダはソニーのPFM-15(4チャンネル、ポータブル)を用いた。ノイズ時系列は3分間=180秒のものを作った。

時系列として180万個の長さである。

D/A 変換は10 kc で行なうつもりであった



Fig. 3. Noise N_T^k made from white noise (series of random numbers) by k operations of first-order lag system having time constant T .

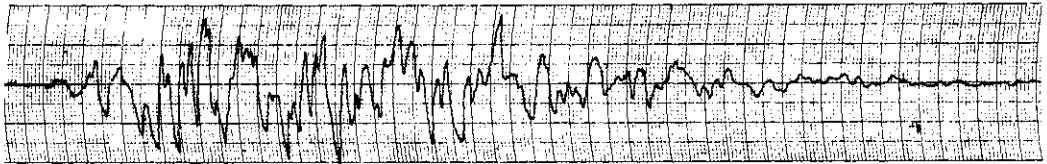


Fig. 4. Noise with damping amplitude.

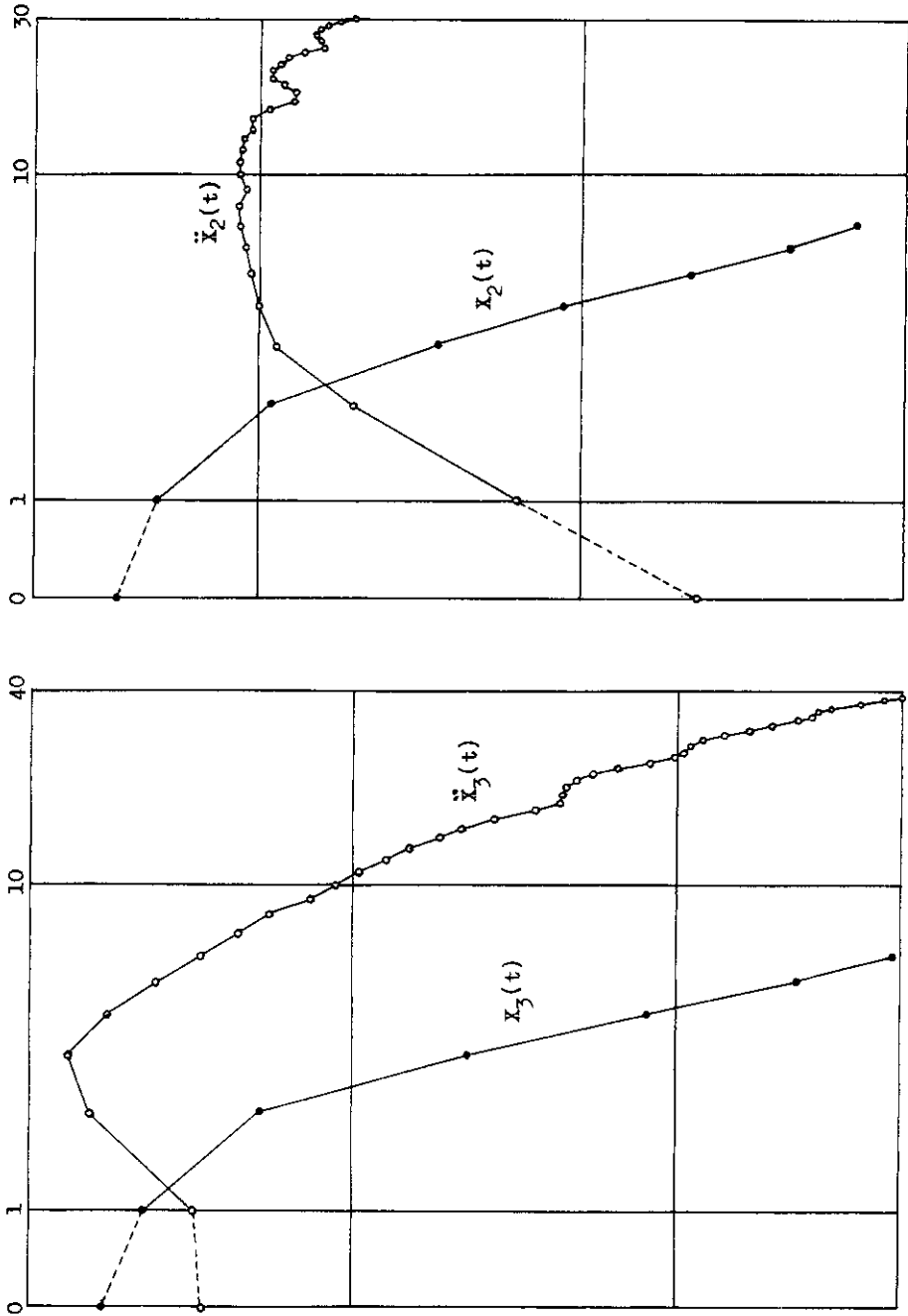


Fig. 5. Power spectra calculated from the numerical data.

が、プログラムの都合でうまく行かず、時系列の数値を一つおきに 5 kc でとることにした。このような短い抽出間隔をえらんだのは、一つには抽出によるノイズの発生をさけるためであり、もう一つには加速度制御の資料として与えられたエルセントロ地震の加速度データの時刻が 10^{-4} 秒単位であったことによる。

実際には抽出によるノイズは全く認められず、1 kc 程度の抽出で十分であるように思われる。

図-3 は得られたノイズ $x_2(t)$, $x_3(t)$ の一部分を示す。

2.8 なお入力ノイズの 1 種類として、振幅が時間的に変化するものも作った。これは自然地震に似た形を作ろうとしたもので、いわば展示用である。

図-4 はこれを示す。

2.9 図-1, 図-2 のパワースペクトル密度は理論値であるが、実際に計算機で作ったノイズ時系列が、このような性質を持つことを確かめてみた結果が図-5 である。これはノイズ時系列、またはそれを数値的に 2 回微分した時系列のコログラムを作り、それをフーリエ変換したものから、パワースペクトルの推定値を求めたものである。

3. 加振機試験の実施

3.1 加振機の試験は 2 台のデータレコーダを用いて行なわれた。

出力用のデータレコーダからの再生ノイズを制御機構への入力とし、振動台の各所における変位や加速度を拾ってデータレコーダに記録する。解析のためには同時記録が必要であるから、入力ノイズも同時に再記録する。

3.2 記録は持ち帰って A/D 変換機を通じて数値化し、TOSBAC-3400 の磁気テープに数値データとして格納した。A/D 変換は 1 kc の抽出間隔で行なわれた。加振機の性能はおよそ 20 c/s までで、解析範囲は 50 c/s まであれば十分であろうから、抽出は 100 c/s でよいと思われるが、それを 1 kc でとったのは次の理由による。

3.3 われわれの計算機についている A/D, D/A 変換機は範囲が ± 10 volt である。一方ソニーのデータレコーダは ± 1 volt であるが、 ± 10 volt までのデータであれば ± 1 volt に記録することができるから、D/A からの電圧を記

録するには困らない。しかしデータレコーダからの記録を A/D 変換するとき問題が起こる。増幅して ± 10 volt にすればよいと簡単に言えないのは、波形のくずれがこわいからである。たとえばデータレコーダのテープの「きず」、近くにある機械のリレー接点から発するノイズ等で、データに多数の「ひげ」がはえることがある。この「ひげ」は計算機の中で算術的、統計的に処理してそり落とすことができるが、へたにフィルタを通すと、ひげの高さは減っても根元が太くなり、形がなまり付近一帯に影響を及ぼし、そうなるからでは取り除くことができない。A/D 変換されるデータの特성에応じて、種々の増幅器を用意している場合は別として、目下の状態ではへたな増幅をするよりも、有効けた数の小さいことを覚悟のうえで、そのまま A/D 変換した方が有利であるらしい。

現に加速度制御の実験の場合、データレコーダに取れた記録が 0.1 volt 程度のものがあった。10 volt が 10 ビットであるから、0.1 volt は 3 ビット程度で、 $\pm 10\%$ 程度の相対誤差を持つことになる。この場合抽出間隔を小さくし、何個かずつの平均を作れば、誤差を小さくすることができる。

100 c/s でよいものを 1 kc/s でとって、10 個ずつまとめて平均値をとれば、誤差は $1/\sqrt{10} \div 1/3$ に減少する。有効けた数が 3 ビットのときは、相対誤差が $1/3$ に減るのは無視できない利益で、波形のひずみをなしに、3 倍に増幅するのと同じ効果である。

以下の解析は 1 kc で抽出した結果を 10 個ずつまとめて平均して（実際には和を用いた）得られた時系列を用いて行なったものである。つまり抽出は 100 c/s、抽出間隔は $\Delta t = 1/100$ 秒である。

4. 試験結果の解析

4.1 追 随 性

4.1.1 まず入力と出力とが似ているかどうかの判定である。入力変位、出力変位のグラフをペンレコーダに描かせて眺めると確かによく似ている。

それを表わすのが図-6 に示された、入力変位、出力変位の間のクロスコログラムである。出力は入力より 0.03 秒の遅れを示し、その時間遅れ

表 - 1

	入出力間の 相 関 係 数
$N_{0.2}^3$	0.99962
$N_{0.1}^3$	0.99987
$N_{0.05}^3$	0.99965
$N_{0.2}^2$	0.99983
$N_{0.1}^2$	0.99932
$N_{0.05}^2$	0.99953

する。

4.1.2 変位の点で追従がよいからと言って、速度や加速度は似ていないかもしれない。それを確かめる目的で、入力変位、出力変位の1回微分、2回微分を作り

(入力変位の微分) : (出力変位の微分)
 (入力変位の2回微分) : (出力変位の2回微分)
 (入力変位の2回微分) : (出力加速度)

の間の関係を調べてみる。

4.1.3 時系列 $\{x_i\}$ の微分として微分演算子 D

$$D \{x_i\} = \{x_i - x_{i-1}\}$$

を用いて、速度、加速度を算出し、入出力を比較すると、微分するたびに入出力は似なくなる。

これは $N_{0.2}^3$ のようななめらかな入力の場合にとくに著しい。図-7は速度、加速度について、入出力間のクロスコログラムを求めた結果で、なめらかな入力の場合には、入出力加速度はほとんど無相関の場合さえある。

これは高周波ノイズによるものと思われる。入力変位、出力変位には種々の原因によるノイズがのっているが、微分により高周波ノイズは増幅される。入力、出力にのっている高周波ノイズは互いにほとんど独立であろうから、それが増幅される結果、2回の微分によって増幅された独立なノイズの中に、低周波の信号が消えてしまうのであろう。

$N_{0.05}^2$ のように元来高周波成分に富む入力の場合には、高周波ノイズの影響が目立たないから、加速度をとっても、入出力間の相関がかなり大き

く対する相関係数の値は表-1に示すように0.99をこえる。出力は入力によく追従していると言ってよからう。なお、以下簡単のため、時定数 T の一次遅れを白色ノイズに k 回施して得られたノイズを N_T^k で示すことにする。なお $N_{0.0512}^2$ 等は $N_{0.05}^2$ と略記することに

くするのであろう。

なお、加速度について相関が見られる場合、入力変位の2度微分に対し、出力変位の2度微分を比較したときと、出力加速度を比較したときとで、ほぼ似かよったクロスコログラムが得られる。これは当然のことではあるが、独立に測定された出力変位と出力加速度の信頼性を示すものと言ってよからう。

4.1.4 微分によって高周波ノイズが増幅される欠点を除くために、微分演算 $\{x_i - x_{i-1}\}$ の代わりに、平滑化を伴う微分を行なうことにした。

微分演算 D は $(-1, 1)$ をウエートにかけて移動和をとることで、隣り合った2点間だけで微分係数を定める。区間の幅を広げ、何点かをとり、適当なウエートをかけて微分係数を定めるならば、高周波ノイズを消すことができる。

平滑化を伴う微分演算子として、次の値をウエートとして用いた。

$$D_1 (-1, -2, -3, -2, 0, 2, 3, 2, 1) \times (36\Delta t)^{-1}$$

$$D_2 (-1, -2, 0, 2, 1) \times (8\Delta t)^{-1}$$

$$D_3 (-1, -1, 1, 1) \times (4\Delta t)^{-1}$$

このほかにも試みたものがあるが省略する。この微分演算を2回くり返すことは、つぎのウエートを掛けて加えることになる。

$$D_1^2 (-1, -4, -10, -16, -17, -8, +12, +28, +36, +28, +12, -8, -17, -16, -10, -4, -1) \times (36\Delta t)^{-2}$$

$$D_2^2 (-1, -4, -4, +4, +10, +4, -4, -4, -1) \times (8\Delta t)^{-2}$$

$$D_3^2 (-1, -2, 1, 4, 1, -2, -1) \times (4\Delta t)^{-2}$$

これは微分、2回微分の代わりに図-8の関数

$\hat{h}(n)$, $\hat{h}'(n)$ をかけて積分することに当たり、 $\hat{h}(n)$, $\hat{h}'(n)$ は δ 関数の導関数 $\delta(n)$, $\delta'(n)$ に相当する。平滑化の程度が D_1, D_2, D_3 の順に小さいことは、この図-8からもわかる。

4.1.5 以下、入力変位を x , 出力変位を y , 出力加速度を α で表わすことにする。平滑化を伴う微分演算 D_1, D_2, D_3 により速度、加速度を算出し、

$$D_1 x \text{ と } D_1 y, D_1^2 x \text{ と } D_1^2 y, D_1^2 x \text{ と } \alpha,$$

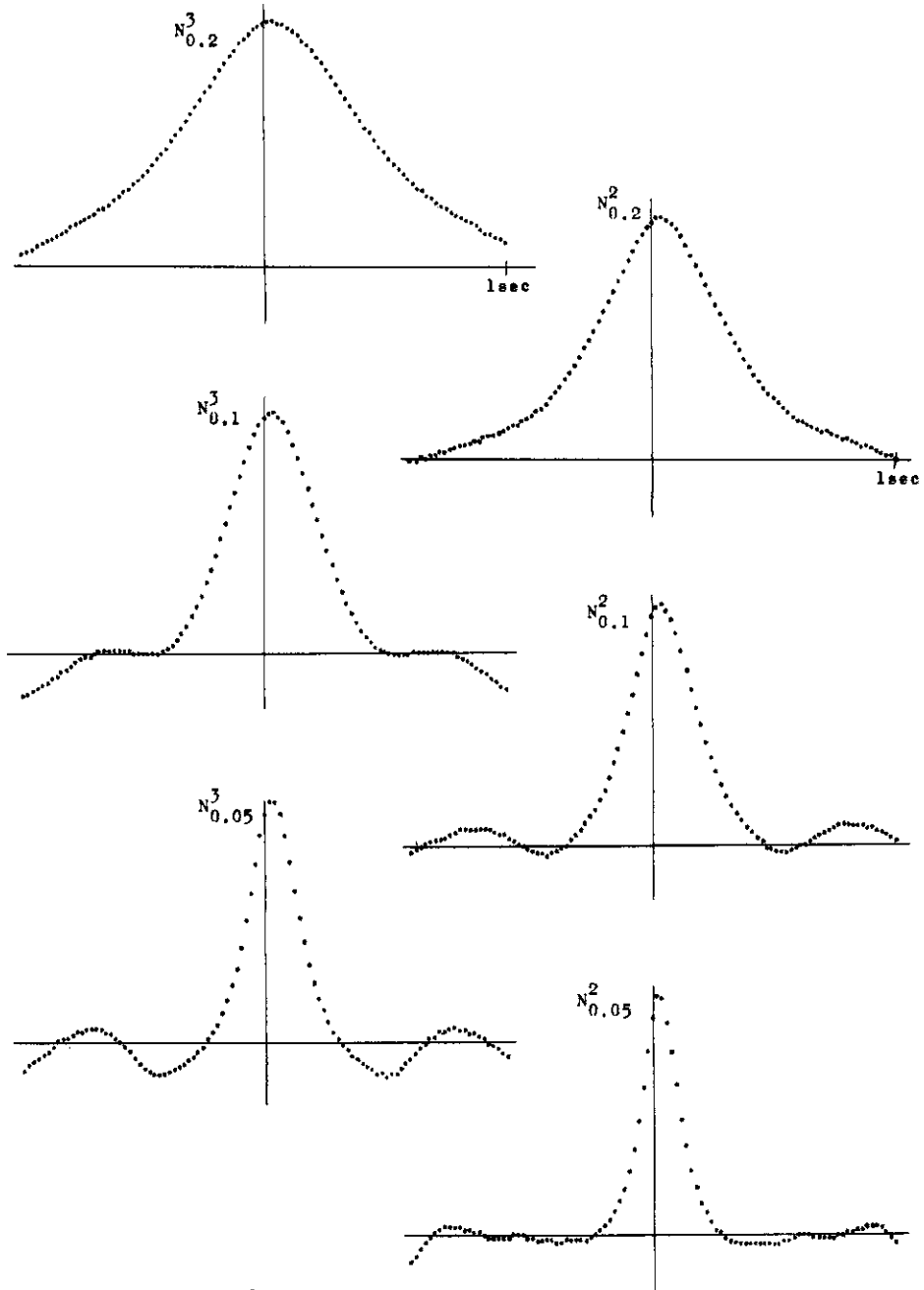


Fig. 6. Cross-correlogram between input-displacement and output-displacement.

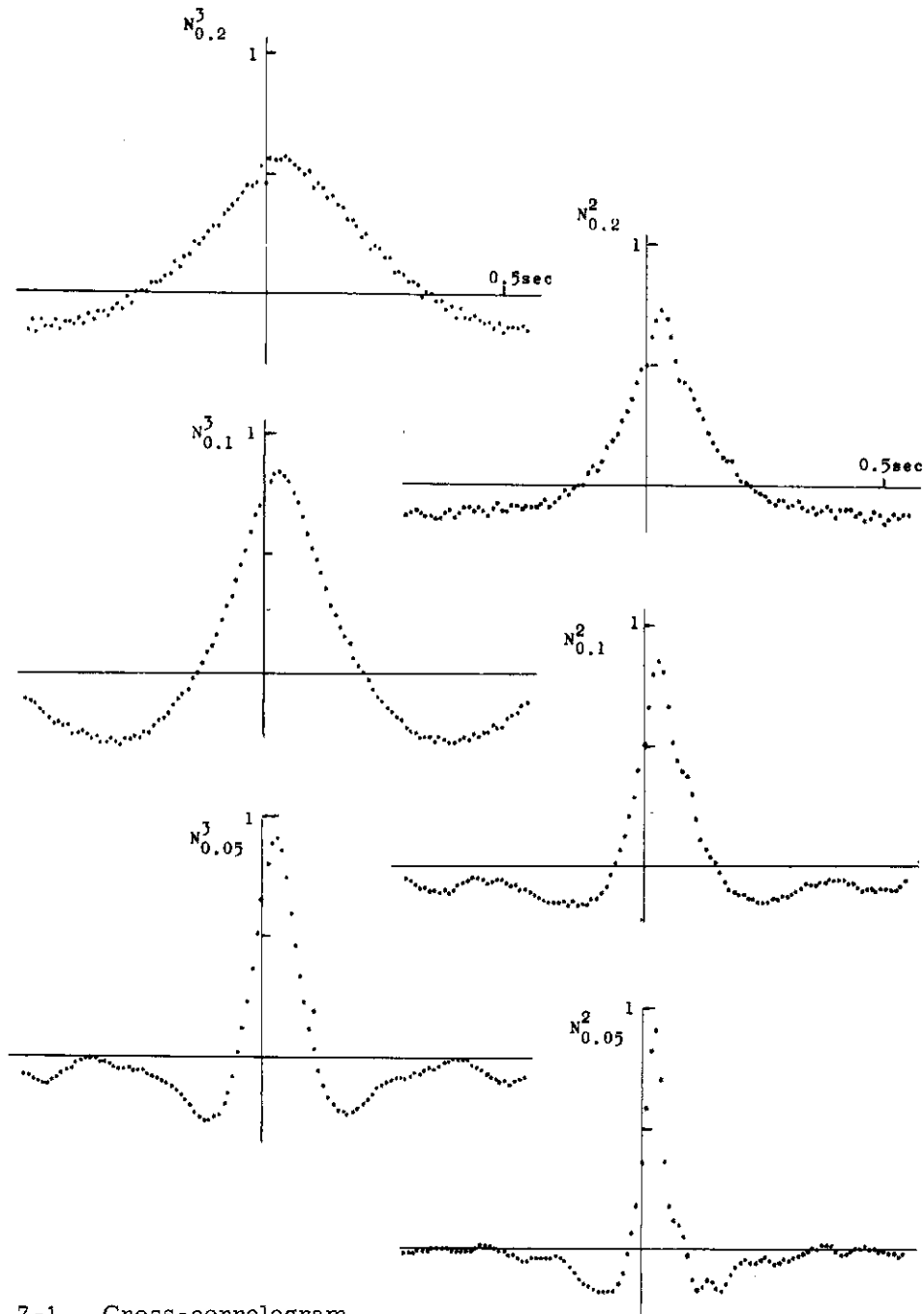


Fig. 7-1. Cross-correlogram between first derivative of input-displacement and that of output-displacement.

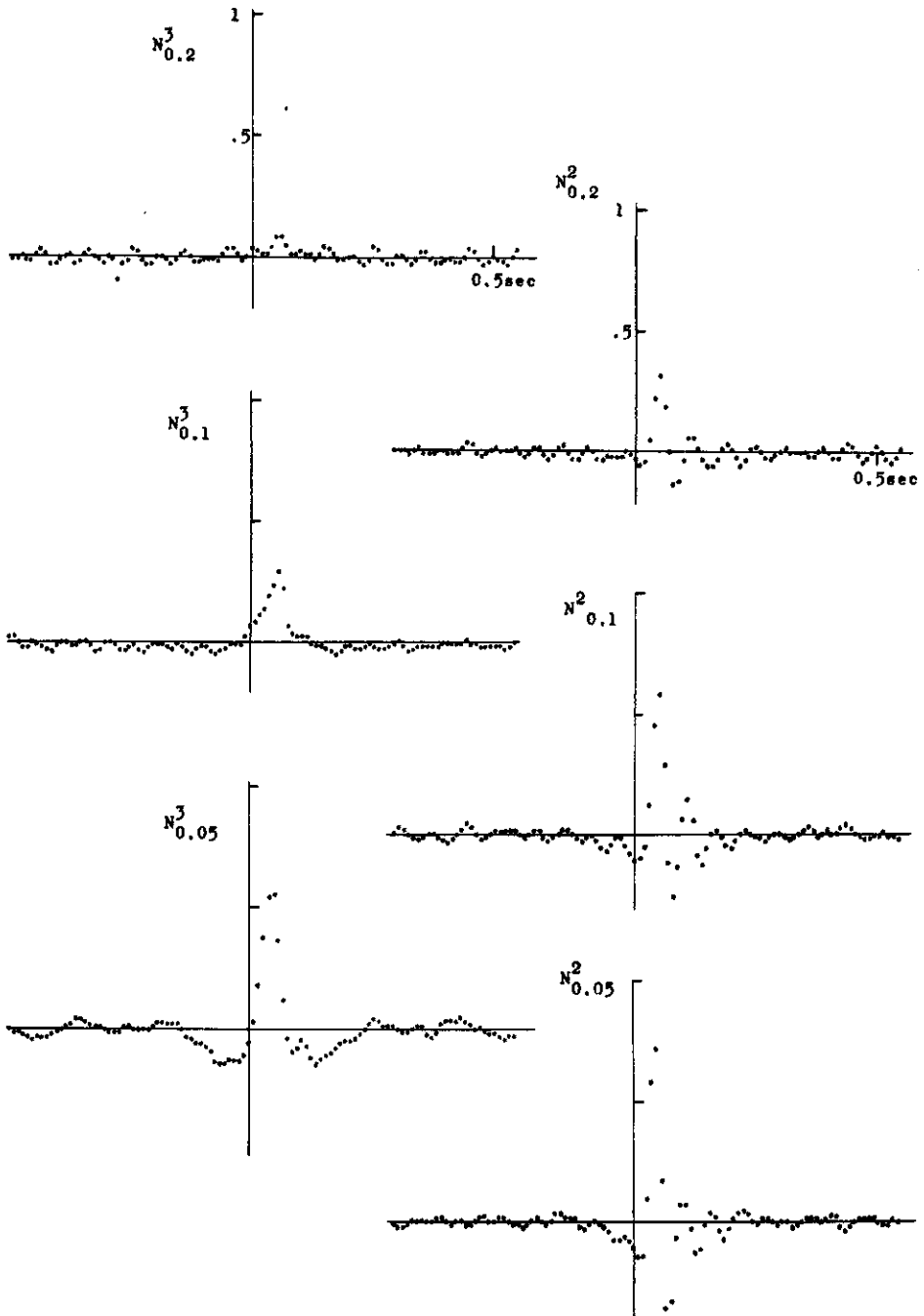


Fig. 7-2. Cross-correlogram between second derivative of input-displacement and output-acceleration.

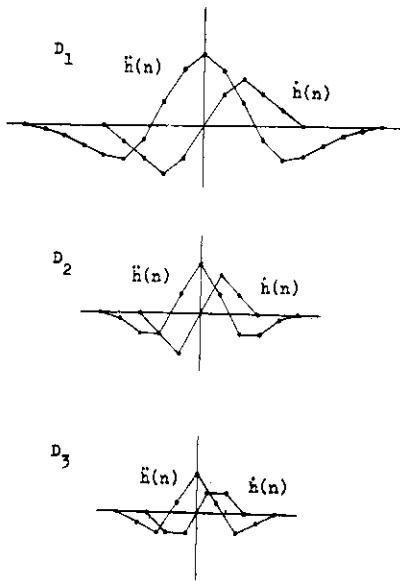


Fig. 8. Impulse response function of differentiation operator.

D_2x と D_2y , D_2^2x と D_2^2y , D_2^3x と α ,

D_3x と D_3y , D_3^2x と D_3^2y , D_3^3x と α ,

の間のクロスコログラムを算出した結果が図-9である。 $N_{0.2}^3$ のよくなめらかな入力では、微分 $\{x_i - x_{i-1}\}$, すなわち演算 D による微分であると、入出力の加速度は全く似ていないのであるが、 D_1 による微分であれば、加速度もよく似ているのである。

つまりある程度の平滑化を施せば、速度、加速度もよい追随性を示していると言ってよい。別な言葉で言えば、動きの鈍い測器で速度、加速度を測るならば、入出力は変位のみならず、速度、加速度についても似ているのである。

4.1.6 平滑化を伴う微分演算子 D_1, D_2, D_3 の性質の相異をみるために、その周波数特性を調べる。

微分の周波数応答は $i\omega$ であるが、時系列に対して行なう微分演算 D, D_1, D_2, D_3 の周波数応答を $iA(\omega)$ と置くと、関数 $A(\omega)$ は図-10で示される。

現在 $\Delta t = 1/100$ であるから、 D_1 は 5 c/s あたりまでは微分と近く、 10 c/s をこえるあたりからしだいに切り落とし、 20 c/s をこえる部分は完全に消してしまおうと見てよい。

$N_{0.2}^3$ は 1.2 c/s のあたりに加速度のパワーのピークを持つノイズであるから、 D_1 がよい微分の作用を示すのである。一方 10 c/s より高周波の方で白色雑音になるような加速度を持つ $N_{0.05}^2$ には、 D_1 でなく D や D_3 がよい微分演算子となるのである。

4.2 パワースペクトル分布

4.2.1 出力が入力に似ているかという判定基準の一つにパワースペクトル密度の分布がある。周波数によって位相のずれが異なるために、波の形は異なって来るが、パワースペクトル分布としてはあまり変わらないという場合があるとすれば、ある種の目的にはそれで十分であるかもしれない。そこで入出力のパワースペクトルの比較を行なってみる。

4.2.2 図-11は入力変位、出力変位のパワースペクトル密度の比較で、 $N_{0.2}^3$ と $N_{0.05}^2$ という両極端の場合を示した。元来、変位制御をしている機構で、変位が似ているのだから、パワースペクトルが似ているのは当然であろう。また変位の場合は低周波が大きく、高周波のパワーが急激に落ちているからスペクトル解析にはあまり適していない。

4.2.3 変位では高周波成分が落ちすぎていて解析に不便であるから、出力加速度についてパワースペクトルを求めたものが図-12である。これを入力加速度のパワーと比較すべきであるが、データレコーダにのっている入力変位をA/D変換してから、数値的に2回微分して出した加速度は、前に述べた理由により高周波雑音が多く、測器で測った出力加速度と比較するにはやや不適當である。そこで出力加速度のパワースペクトルを、その理論値と比較することにする。

4.2.4 図-12で $N_{0.2}^3$ の加速度のパワーに見られる $10 \text{ c/s}, 20 \text{ c/s}$ にあるはっきりしたピーク(線スペクトルに近いもの)はノイズである。このノイズの発生源はつきとめられていないが、従来も種々の実験に現われて、その除去に苦労している。データレコーダからの出力をA/D変換するとき、ペンレコーダを同時に付しないでモニターをとると、このノイズは増幅される。これに気がつき、この加振機に関する計算も最初のA/D変換から全部やり直し、その結果 $10 \text{ c/s}, 20 \text{ c/s}$ のノイズは大部分消えたのであるが、この $N_{0.2}^3$

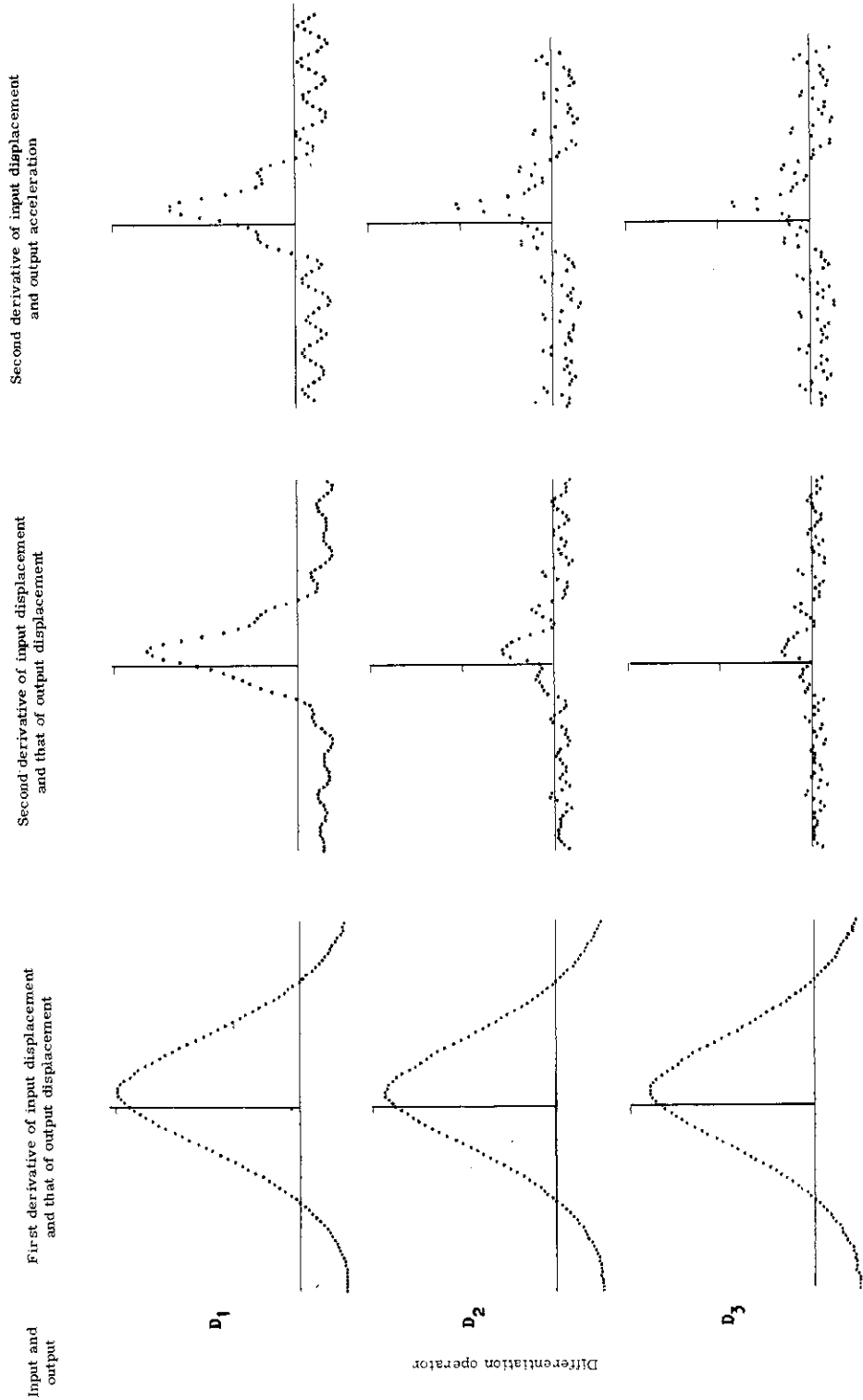


Fig. 9-1. Cross-correlogram between input and output where input is Noise $N_{0.2}^3$.

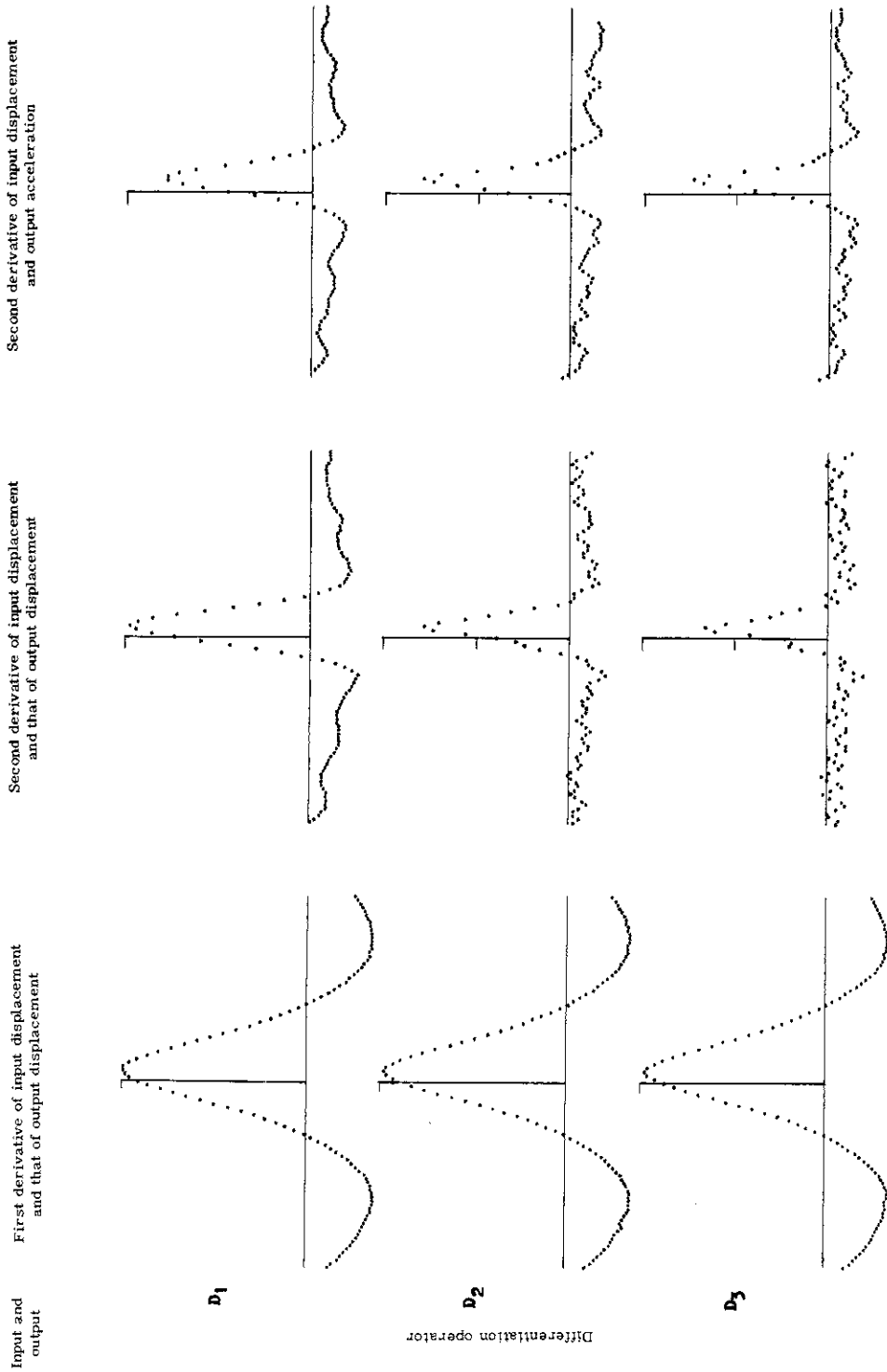


Fig. 9-2. Noise $N^3_{0.1}$.

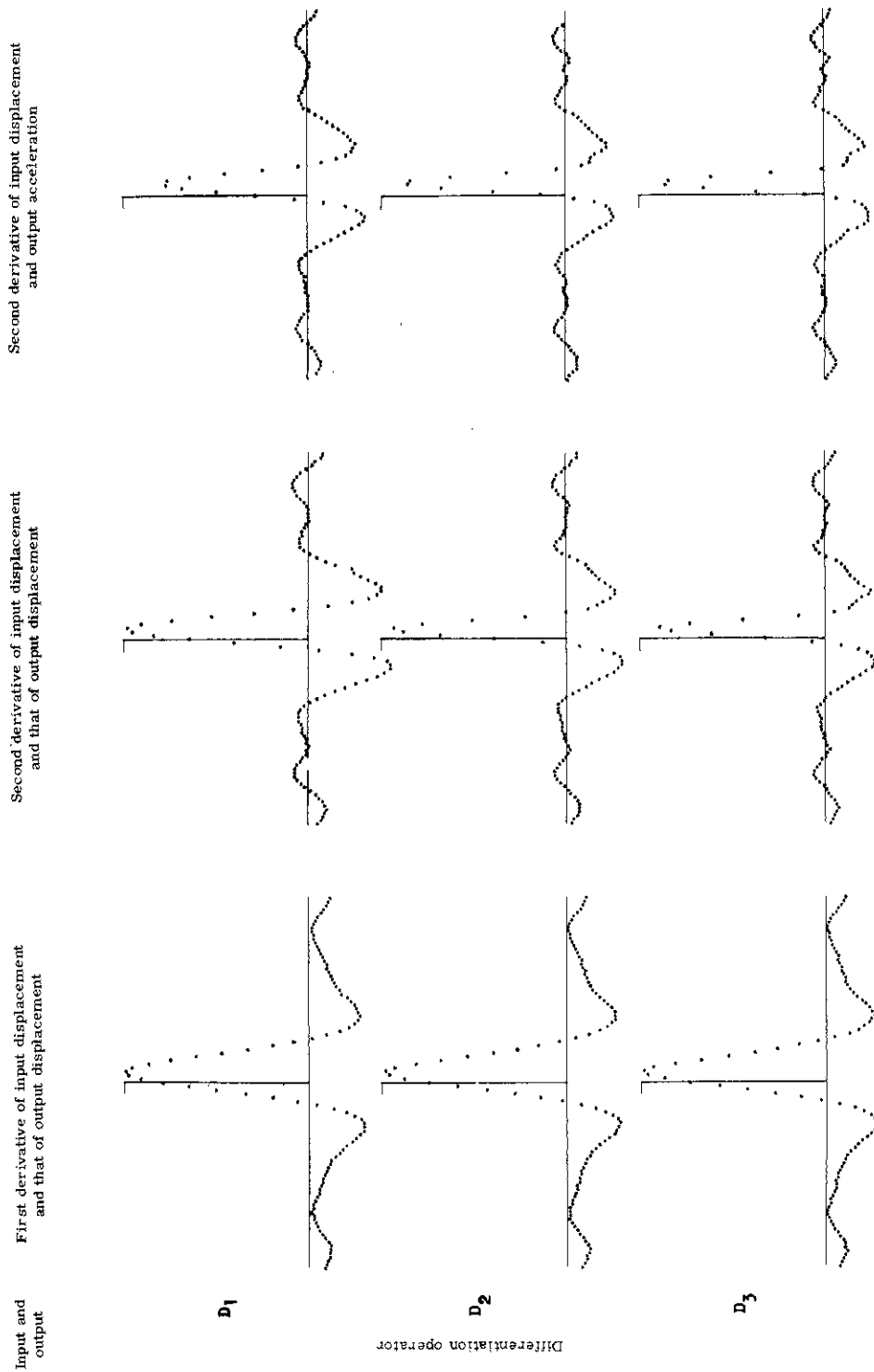


Fig. 9-3. Noise $N^3_{0.05}$

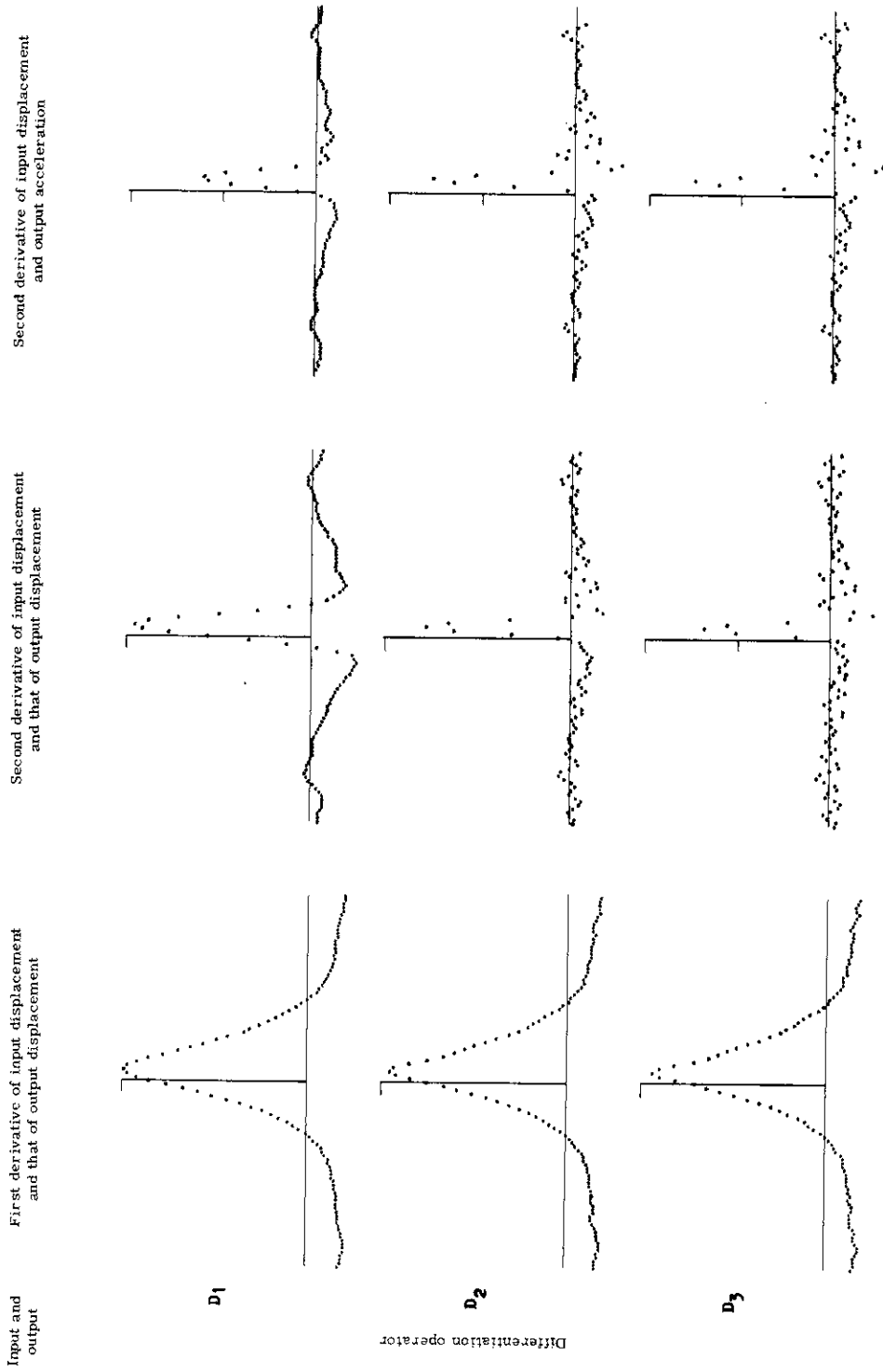


Fig. 9-4. Noise $N_{0.2}^2$.

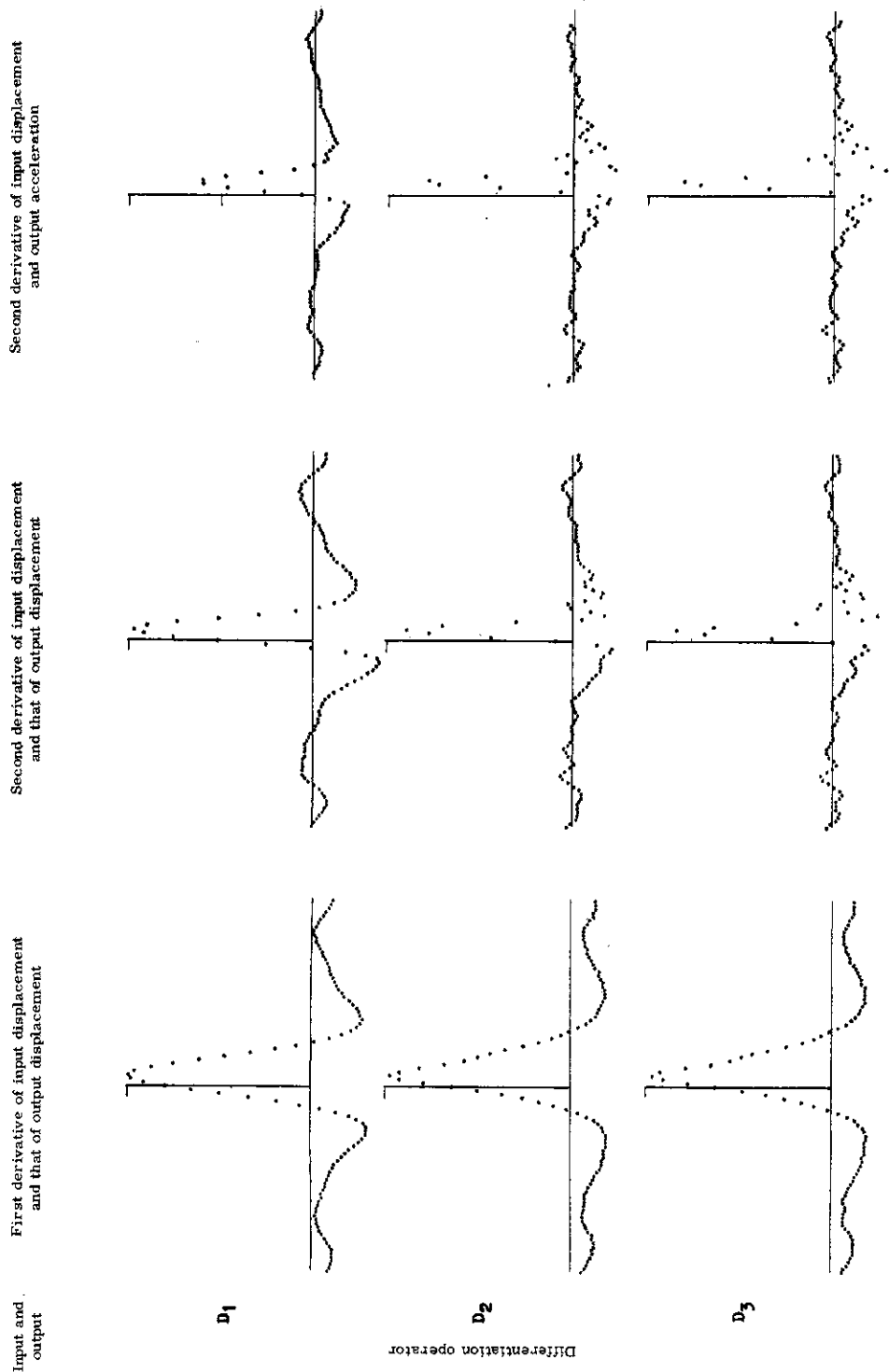


Fig. 9-5. Noise $N_{0.1}^2$.

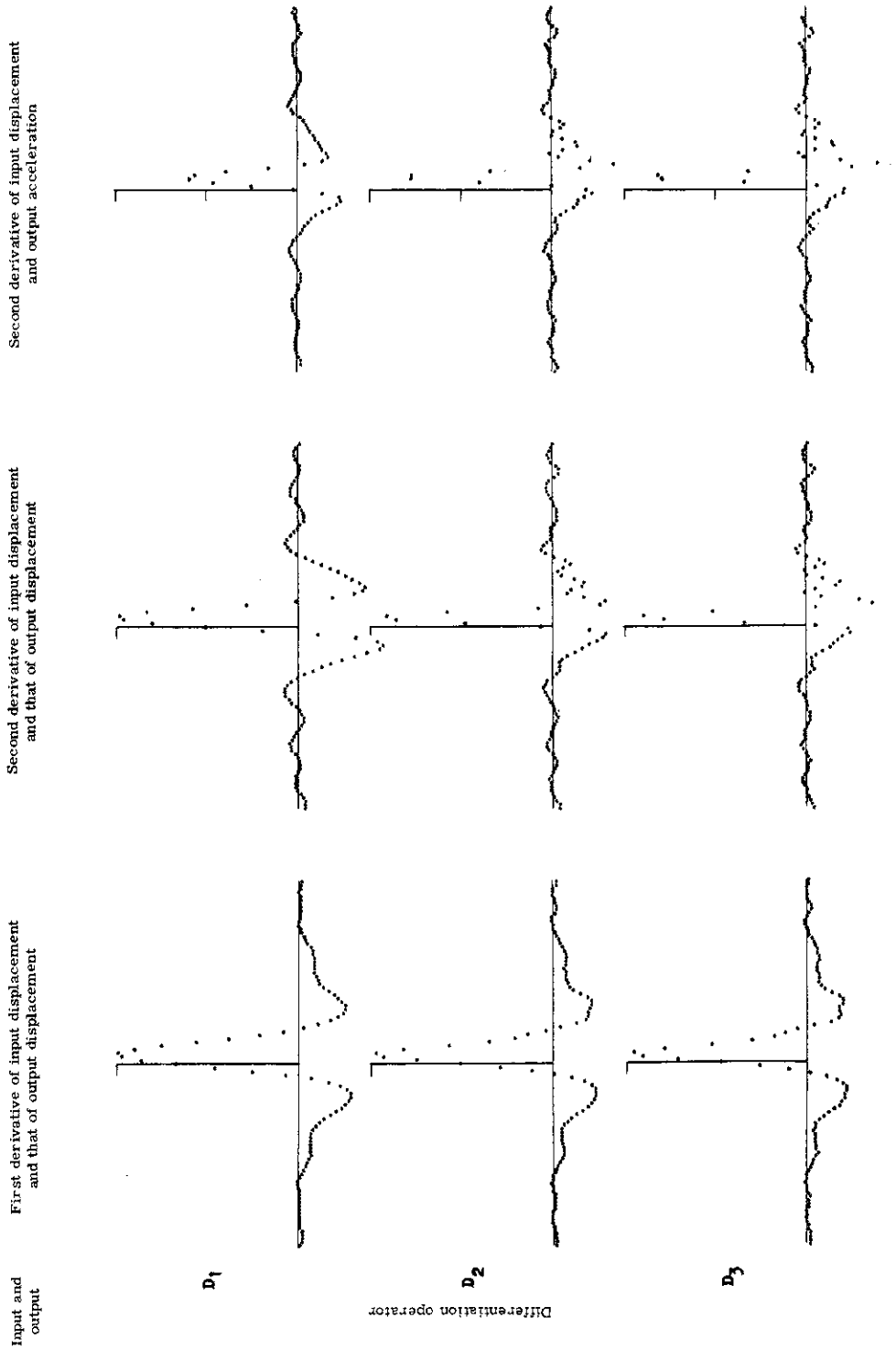


Fig. 9-6. Noise $N_{0.05}^2$.

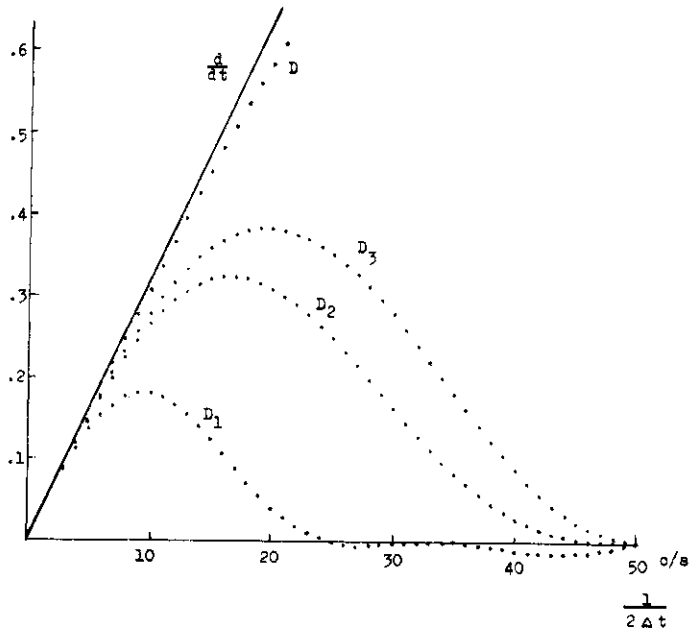


Fig. 10. Frequency response function of differentiation operator.

の加速度にははっきり残っている。 $N_{0.2}^3$ の加速度は出力が小さいので、相対的にノイズが目立つのであろう。なお、ノイズはペンレコーダをつなぐときばかりでなく、データレコーダの駆動電源の質が悪いときにもはいつてくる。またA/D変換の際に近くでリレー接点のはたらくと、ひげ状のノイズを拾う。このひげは計算機のデジタル処理で取ることができるとは言え、混入しない方がよい。

4.2.5 $N_{0.2}^3, N_{0.1}^3, N_{0.05}^3$ は加速度のパワーのピークを、それぞれ125c/s, 2.5c/s, 5c/sのあたりに持つノイズである。図-12の出力加速度のパワーを見ると、ピークの位置は大体合っているが、 $N_{0.1}^3, N_{0.05}^3$ では15c/sのあたりで、パワーが盛り上がっているのがわかる。これは加振機が20c/sのあたりまでよく振動するように、15c/sのあたりで利得を上げてあることの影響である。

4.2.6 $N_{0.2}^2, N_{0.1}^2, N_{0.05}^2$ は、加速度が、それぞれ2.5c/s, 5c/s, 10c/sをこえるあたりからはほぼ白色ノイズになるように作ったもので、加速度の低周波成分は急激に落ちるようになってい

る。図-12の出力加速度のパワーを見ると15c/s

($N_{0.05}^2$ では16~17c/s)のあたりに盛り上がりがあること、20c/sをこえるあたりから、パワーが落ちることが理論値と異なっている。15c/sのあたりの盛り上がりの原因は前と同じで、20c/sのあたりからパワーが落ちるのは加振機の性能が20c/sまでであることを示すものであろうが、あるいは加速度の測器の影響もいらか含まれるかもしれない。

4.3 周波数応答特性

4.3.1 出力加速度のパワーに現われる15%のあたりの盛り上がりや、20%からパワーが落ちることなどを明らかにするために、周波数応答特性を調べる。

4.3.2 計算の仕方は次のとおりである。入出力のオートコログラム、クロスコログラムを作る。そのフーリエ変換を求め、それにあるウェートを掛けて移動平均を作り、フーリエ係数の推定値を求める。ウェートをかけて移動平均を作るのは抽出による誤差を小さくするためである。そのウェート (lag window) には赤池弘次氏の定められた値を用いる。

W_1 はパワースペクトル密度の変化が直線的な所でよい値を与え、 W_2, W_3 は山頂や谷底でよい値

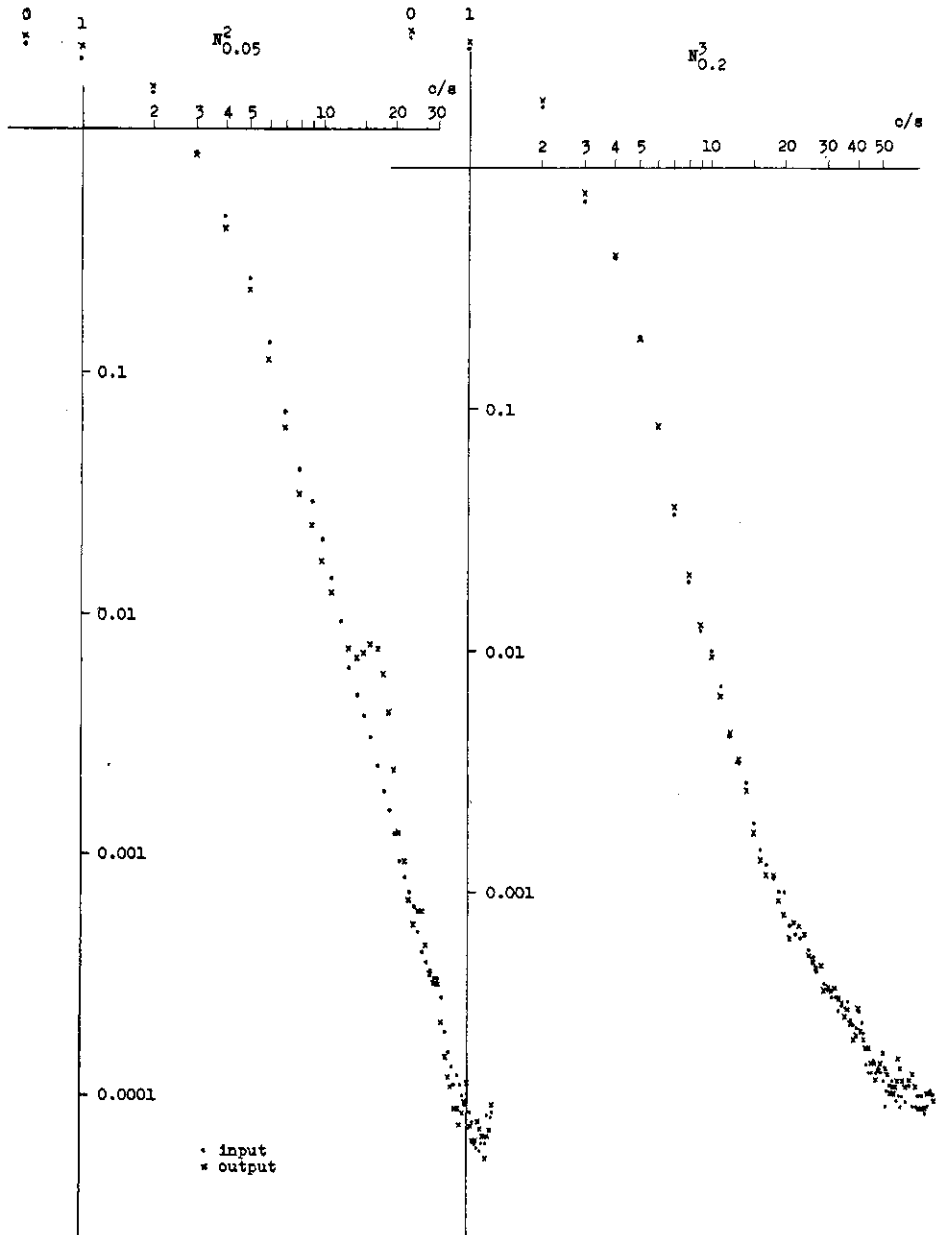


Fig. 11. Power spectra of input and output displacements.

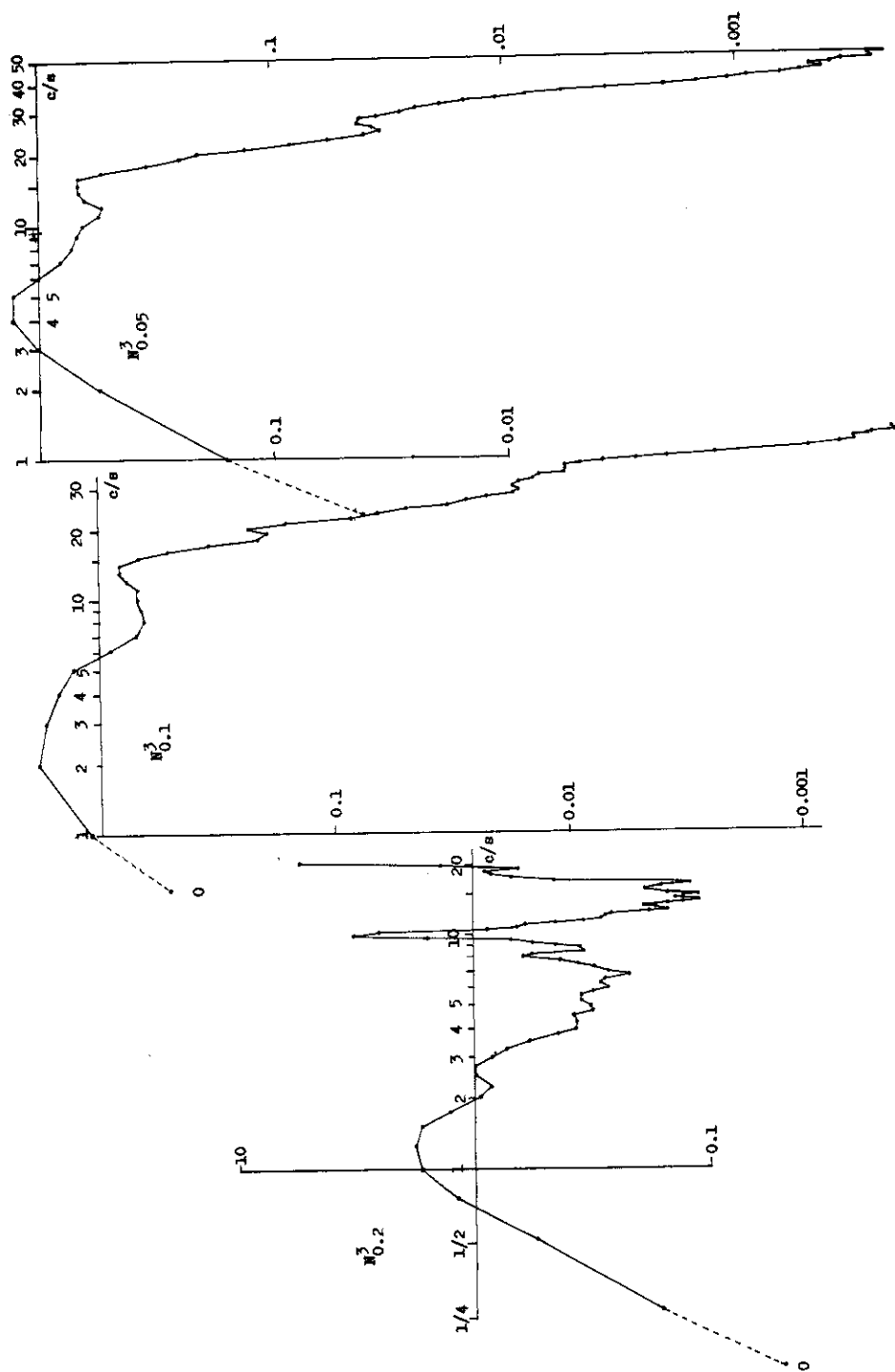


Fig. 12-1. Power spectra of output acceleration.

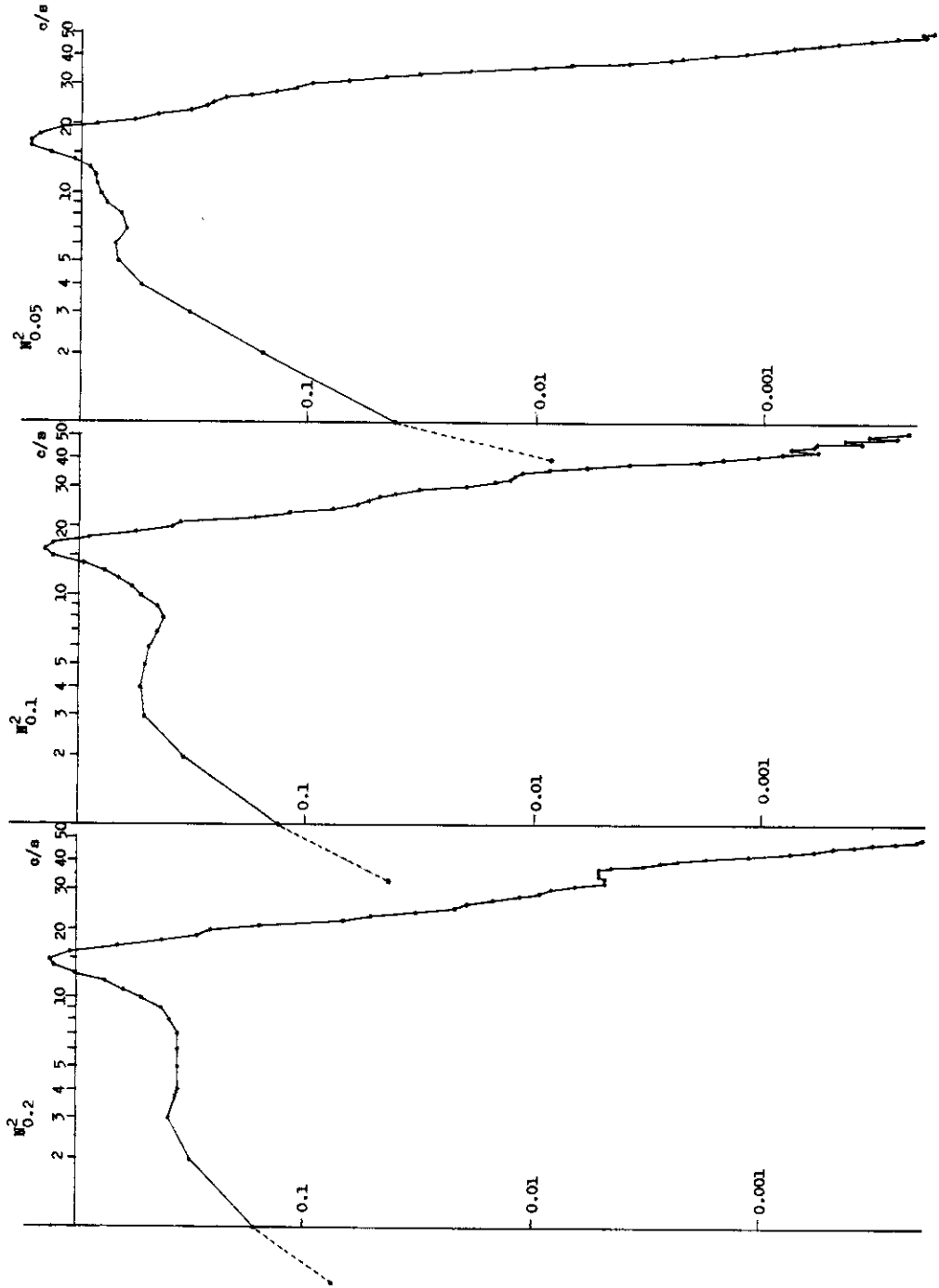


Fig. 12-2. Power spectra of output acceleration.

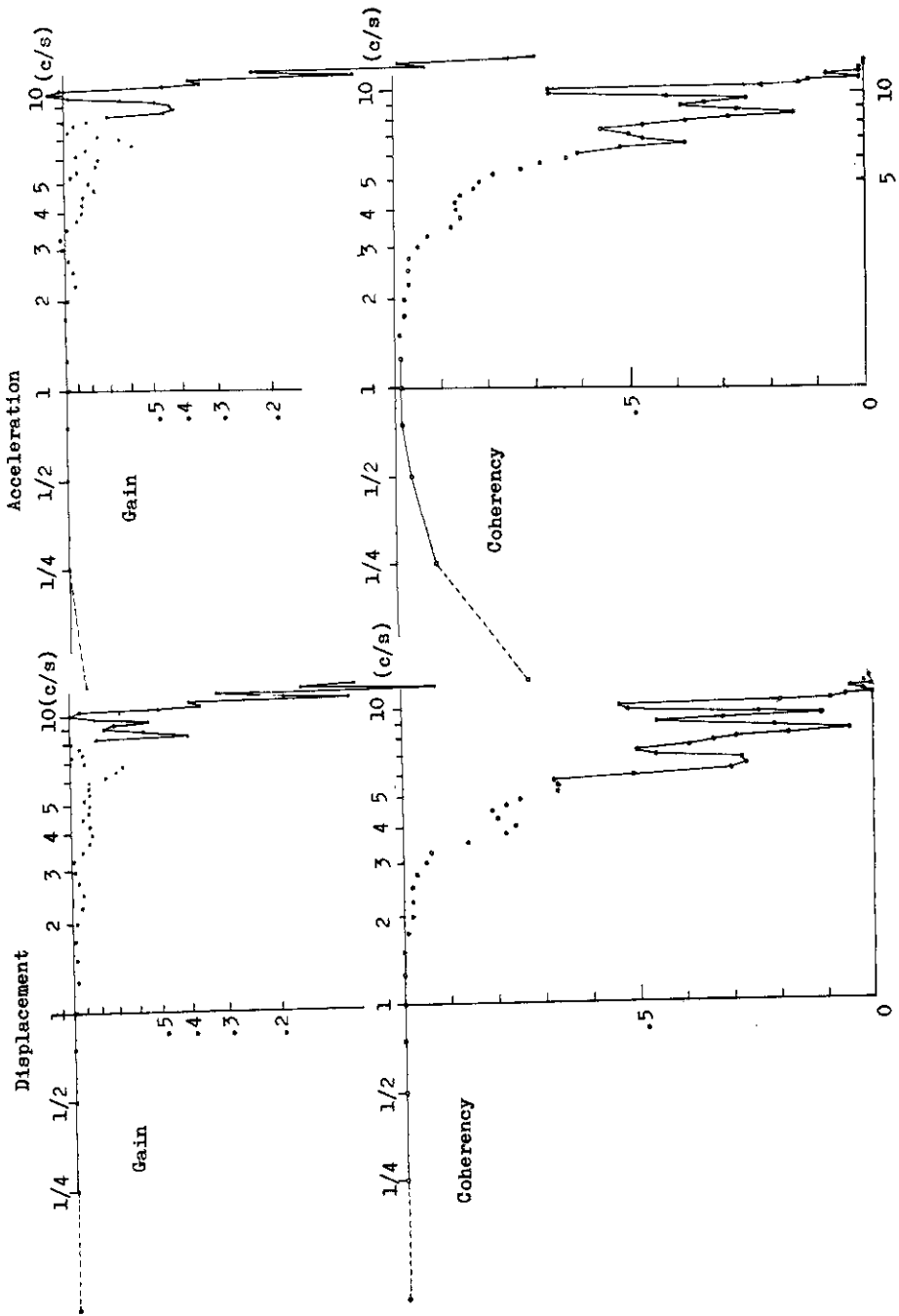


Fig. 13-1. Noise $N^3_{0.2}$.

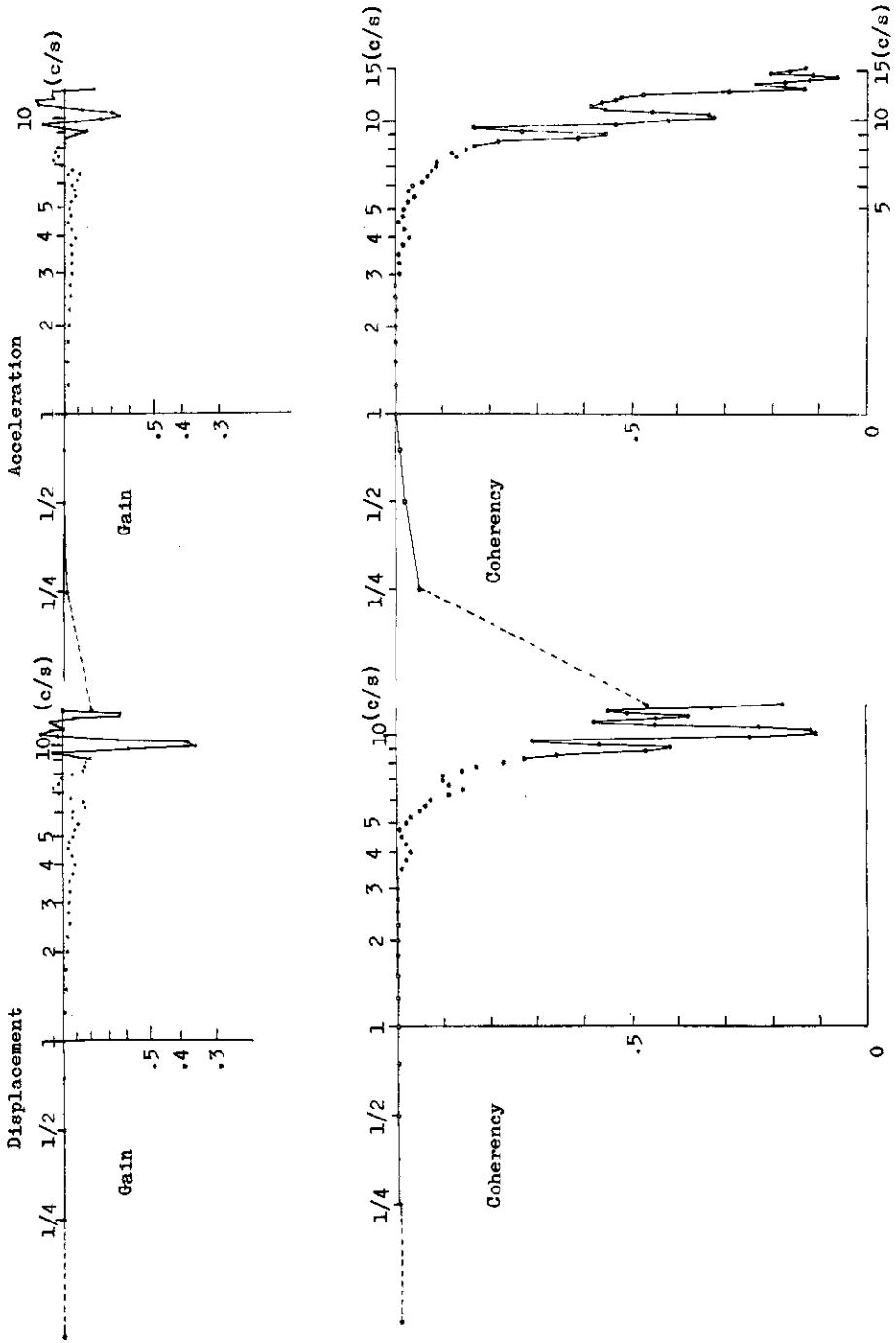


Fig. 13-2. Noise $N_{0.1}^3$.

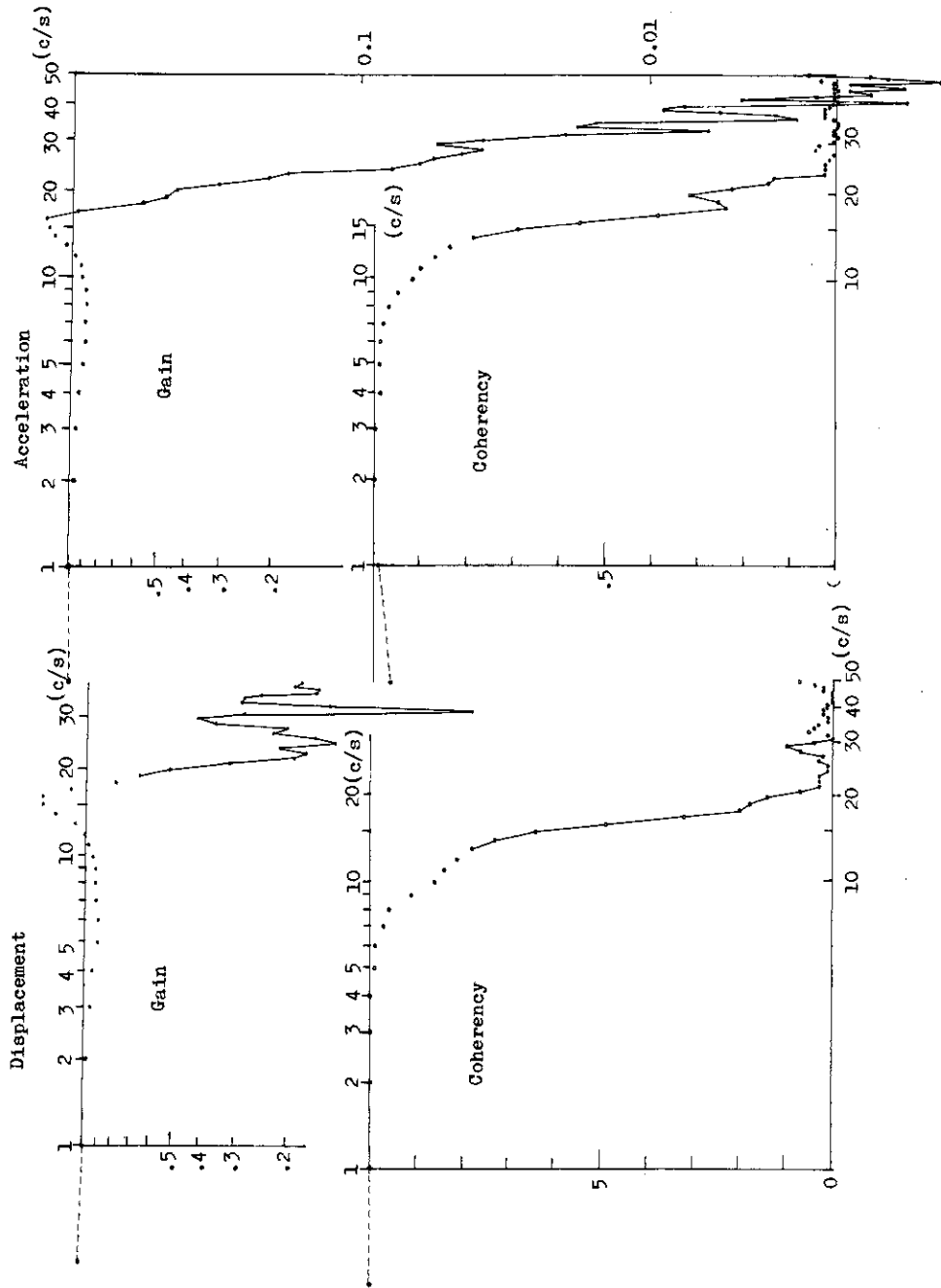


Fig. 13-3. Noise $N^3_{0.05}$.

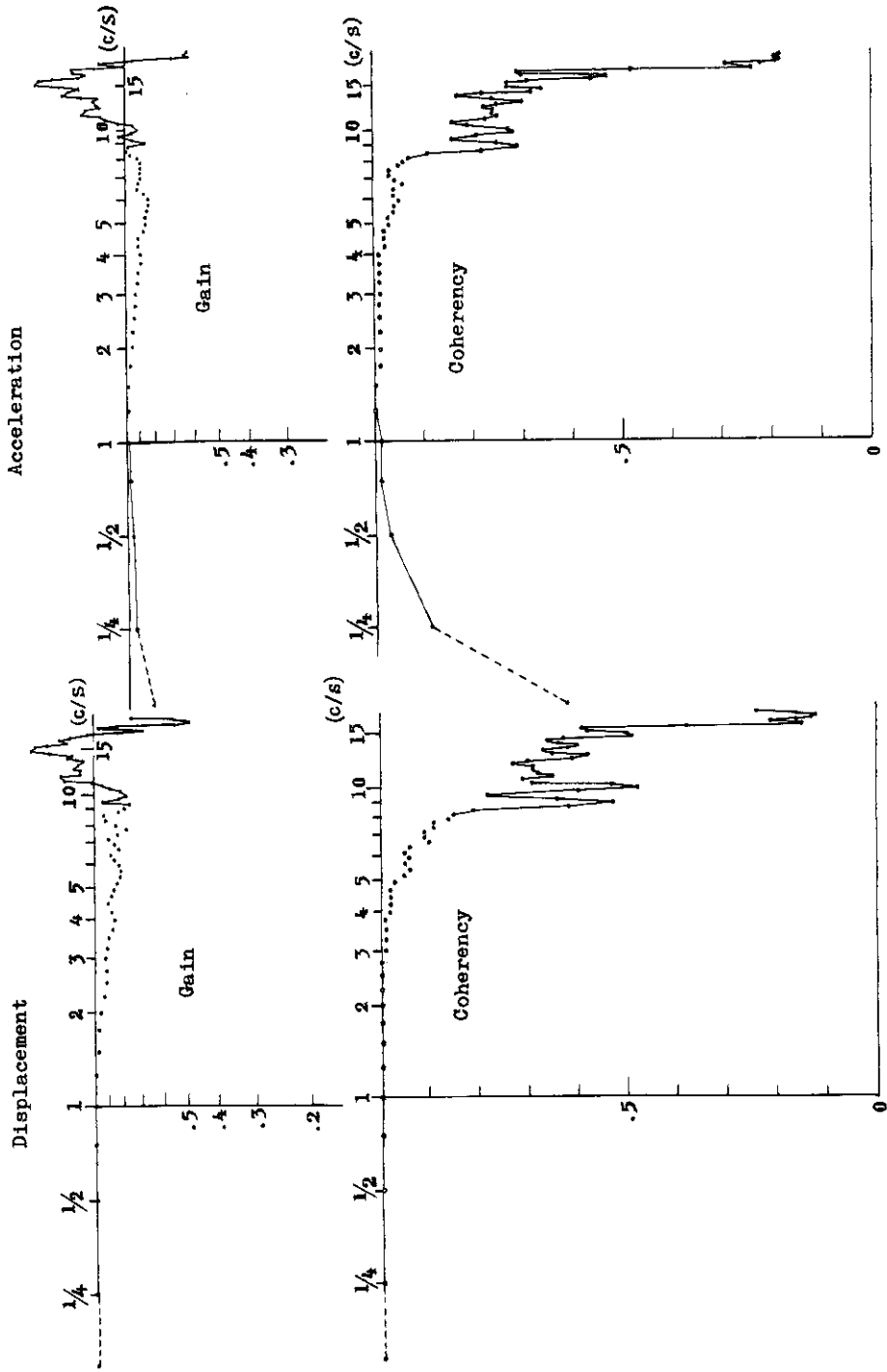


Fig. 13-4. Noise $N_{0.2}^2$.

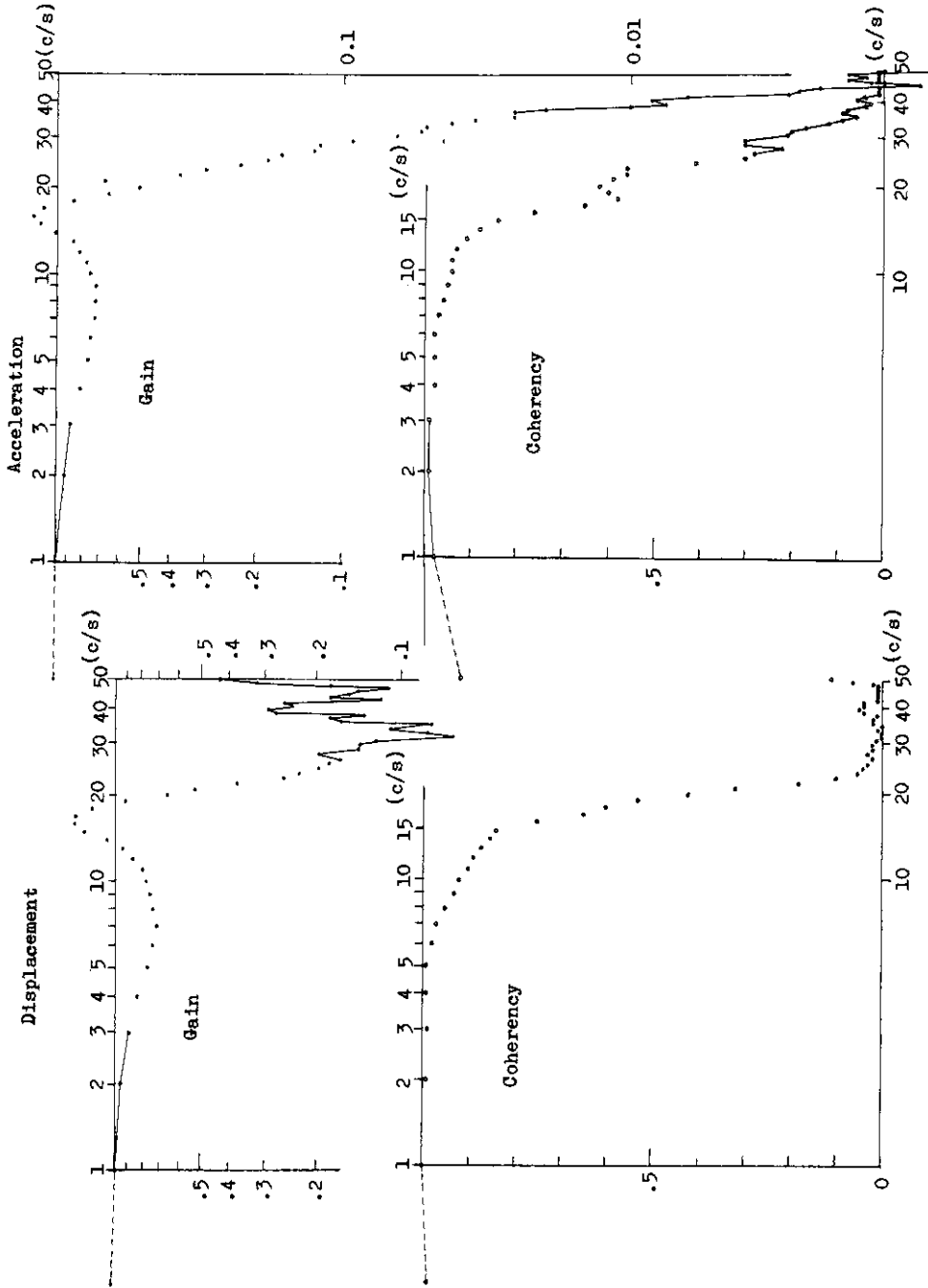


Fig. 13-5. Noise $N_{0.1}^2$.

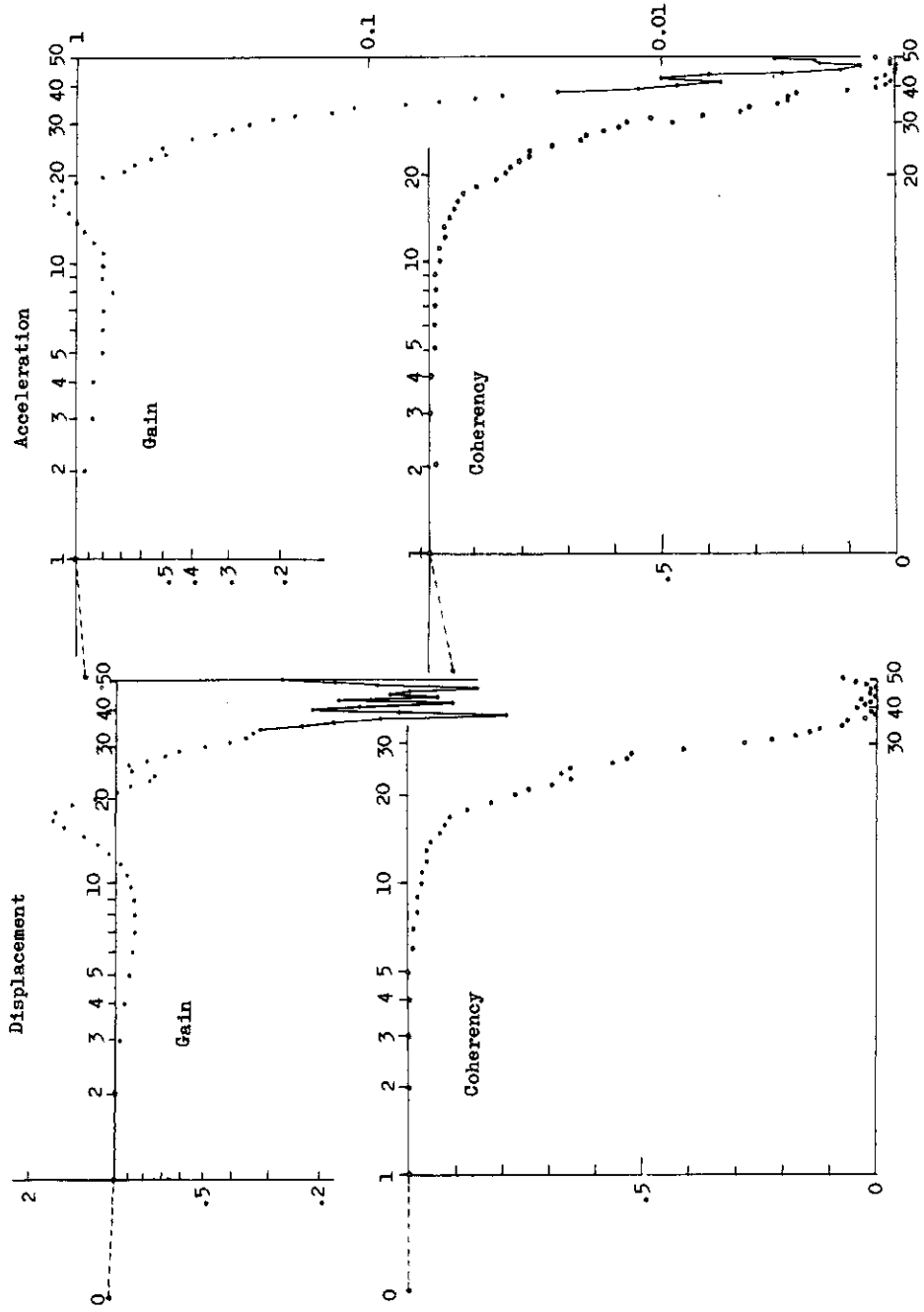


Fig. 13-6. Noise $N^2_{0.05}$

	a_0	$a_1 = a_{-1}$	$a_2 = a_{-2}$	$a_3 = a_{-3}$
W_1	0.5132	0.2434	0	0
W_2	0.6398	0.2401	-0.0600	0
W_3	0.7029	0.2228	-0.0891	0.0149

を与える。 W_1, W_2, W_3 による推定値が山頂や谷底で著しく相異なるのは、抽出間隔 Δt 、資料の長さ N 、コログラムの長さ m 等が不適当なときで、計算のし直しをするのである。今回の計算結果では、 W_1, W_2, W_3 による値を見て検証したりえて、 W_1 による値だけを示すことにする。 W_1 は従来よく用いられたハミング、ハニングに近いものである。

入力 X 、出力 Y のオートコログラムのフーリエ変換から推定されたフーリエ係数

$$P_X(f), \quad P_Y(f)$$

が、入出力のパワースペクトル密度の推定値を与える。ここに f は周波数である。なおさきに出したパワースペクトルの値は、このようにしてウィンドー W_1 を用いて出した値である。

クロスコログラムのフーリエ変換から推定された係数を、入力のパワースペクトルの推定値 $\hat{P}_X(f)$ で割ったものが、周波数応答関数の推定値 $\hat{A}(f)$

である。このとき、フーリエ変換の \cos の係数が実数部を \sin の係数が虚数部を与える。 $\hat{A}(f)$ の絶対値が利得 (gain)、偏角が位相 (Phase) である。

もし出力にノイズが混入していなければ、入力のパワー $P_X(f)$ に、利得 $|\hat{A}(f)|^2$ を掛ければ、出力のパワー $P_Y(f)$ になるはずであるが、現実にはノイズが混入していて、入力 X から導かれる信号は出力 Y の一部分にすぎない。全体の変動ちゆうに占める信号の割合を与えるものがコヒーレンシー (coherency) で、それは次式で与えられる。

$$|\hat{A}(f)| (P_X(f)/P_Y(f))^{1/2}$$

ある周波数 f に対し、これが1ならば、その周波数の所にノイズがなく、0ならば信号がないわけである。

4.3.3 図-1.3の左側の図は入力変位、出力変位の間の応答関数を算出した結果で、利得とコ

ヒーレンシーを示す。

入力変位は低周波成分が大きく、高周波のパワーが激減するため、そのままで計算をすると誤差が多くなる。入力のパワースペクトルになるべく変動が少なく、広い範囲になるべく均等にパワーが散布されている方が、計算結果の誤差が小さいのである。すなわち入力が白色ノイズに近いほど解析に適している。入力を白色ノイズに近づけるため (プリホワイトニング pre-whitening)、入力変位、出力変位ともに微分し (演算 $D: \{x_i - x_{i-1}\}$ を施す)、そのうえで入出力変位間の利得とコヒーレンシーを算出したのが、図-1.3の左側の結果である。

4.3.4 最もなめらかな入力 $N_{0.2}^3$ において、コヒーレンシーは3%あたりまでは、ほぼ1であるが、以後急激に減少し、10%をこえるとほぼ0である。つまり10%をこえる部分では出力は入力と全く無関係に動いているのである。

利得は8%のあたりまでほぼ一定であるが、10%以後は減少し、乱れが大きいく。

$N_{0.2}^3$ よりはやや高周波に富む $N_{0.1}^3$ においては、コヒーレンシーは6%までほぼ1である。10%をこえると入出力が無関係になるのは $N_{0.2}^3$ の場合と同様であるが、それよりは少しよい。

$N_{0.2}^2$ では7%あたりまでコヒーレンシーは大きく、利得は15%あたりまでほぼ一定で、15%あたりの利得の盛り上がりも認められる。15%をこえるとコヒーレンシーは減り、利得の乱れが大きいく。

以上の3種類の入力はなめらかすぎて、100%の抽出では高周波部分の乱れだけが目立ちすぎるので、40%の抽出 (1 kc で抽出したものの25個ずつの和をとる) に改めて再計算した結果である。このようななめらかな入力については10%をこえた部分では追従性が全く失われている。

つまり、入力に高周波成分がないと、ペーリングのガタや、荷重のガタを拾って加振機がゆれるために、入力と全く別な出力が出て来るのであろう。信号がないと、ノイズが増すのは、いろいろな場合に認められる。

4.3.5 $N_{0.05}^3, N_{0.1}^2, N_{0.05}^2$ のように高周波に富むノイズでは、出力の追従性は高周波まで、かなりよく保たれる。とくに $N_{0.05}^2$ では、コヒーレンシーは15%のあたりまで1に近く、30%のあたりまでかなり大きい。利得は10%のあたりから除々に大きくなり、17%のあたりで最大とな

り、20%をこえるとしだいに小さくなる。

高周波入力に対して追従性はかなり良好である。この結果を見ると、一次遅れの時定数をさらに短くし、 $N_{0.025}^2$ のようなノイズを作って入力とすれば、30%のあたりでもかなりのパワーが得られたのではないかという感じがする。

4.3.6 図-13の右側の図は上と同様の計算を入力加速度と出力加速度との間で計算した結果である。入力加速度としては入力変位を2回微分したもの($D: \{x_i - x_{i-1}\}$ を2回施す)、出力加速度には加速度計の出力を用いた。前の場合と同じく、なめらかな入力 $N_{0.2}^3, N_{0.1}^3, N_{0.2}^2$ については40%の抽出によるデータを、 $N_{0.05}^3, N_{0.1}^2$ については100%の抽出によるデータを用いた。

当然のことながら、加速度間の応答は、ほぼ変位の場合と同様である。元来、 X と Y との間の応答は、 \dot{X} と \dot{Y} の間の応答にそのまま保存されるのであるが、ここでは出力変位 Y と、出力加速度 \ddot{Y} は別の測器で測っており、 \ddot{Y} を導く数値微分と、加速度計の微分機構とは異なるであろうから、応答関数にある程度の差異があるのも当然である。

加速度の場合の方がヤコビレンシーは高く、利得の乱れも小さいようである。

付 録

時系列から「ひげ」状のノイズをデジタル的に除去する方法

1. データレコーダの記録を取り出して見ると、テープのきずや、付近のリレー接点からノイズ等により、曲線に多数の「ひげ」がはえることがある。この「ひげ」にくくに周期性がないかぎり、白色雑音になるから、スペクトル解析に大きな影響を与えないこともあるが、このようなノイズはないにこしたことはない。

このノイズはデジタル的に容易に除くことができるように、アナログ的に除く場合のように、

周囲に悪影響を及ぼさない。

2. 多くのひげは非常に細く、A/D変換の際にも、抽出に全部がかかるわけではなく、たまたま拾われる場合にも、1点だけが飛び離れた値を示す。

これを除くために、まず

$$y_i = x_i - x_{i-1}$$

を作る。 x_n がひげの点であれば、

$$y_n = x_n - x_{n-1}, \quad y_{n+1} = x_{n+1} - x_n$$

は絶対値が異状に大きく、その符号は反転する。この性質を目当てにして、ひげを探せばよい。すなわち数列 $\{y_i\}$ の標準偏差を σ_y としたとき、

$$|y_i| = |x_i - x_{i-1}| \geq k\sigma_y$$

$$|y_{i+1}| = |x_{i+1} - x_i| \geq k\sigma_y$$

y_i と y_{i+1} とは異符号

の3条件を満足するとき、 x_i の値を両隣の平均値 $(x_{i-1} + x_{i+1})/2$ で置き換えることにする。 k はある定数で、3を用いている。

ひげがあまりに多いときには、元来 σ_y がひげを含んで算出した値であるために、1回の操作では大きいひげだけが落ちて、小さいものが残る。そのときには、もう1回この操作を施せばよい。

なおデータが非常に長いときは、数千個ずつに区切ってコアメモリーに持ってきて、一区切りずつひげを落とせばよい。

3. 記録波形の中にタイム・マーカーが重ねて入れている場合がある。この場合、タイム・マーカーを必ず読み込むためには、抽出間隔をタイム・マーカーの幅よりも小さくする必要がある。その代り、ひげは太くなって、2点から3点を含むことになる。そのときは、 $y_i = x_i - x_{i-1}$ の代りに、数列 $y_i = x_i - x_{i-3}$ を作ればよい。