

# 台風によるうねり

岩田憲幸・田中孝紀・渡部 勲

国立防災科学技術センター平塚支所

## Swells Generated by a Typhoon

By

Noriyuki Iwata, Takanori Tanaka and Isao Watabe

*Hiratsuka Branch, National Research Center for Disaster Prevention*

### Abstract

The power spectrum of the swells generated by a typhoon has a sharp peak, in contrast to that of the waves generated by wind, and the energy level of higher frequency regions decreases more rapidly. This may be partly due to the nonlinear interactions between several component waves as a result of selective attenuation of the energy in the different frequency regions. However, the consideration of the role played by the speed of the typhoon movement itself is also capable of explaining the deformation of this power spectrum.

A model of wave-generating typhoon is proposed by analogy with wave systems produced by a moving periodic pressure disturbance, and the nondimensional power spectrum of the swells is classified according to a parameter composed of the speed and direction of the typhoon movement.

From model research and data reduction, it is conjectured that the modification of the power spectrum of the swells propagating from the typhoon is mainly due to this parameter, but the selective attenuation of the energy in the different frequency regions is also recognizable.

### 1. はじめに

風域の中で発生し生長した風浪が、風域をぬけだして遠く伝搬するときうねりとなる。ここでは、特に台風域から伝搬してくるうねりを考える。うねりのスペクトルの最も簡単な説明は表面波の分散性 (dispersion relation) と風浪のスペクトルの角伝搬性 (angular spreading) とを考慮し、初期値問題として考えることにより得られる。すなわち、風域を、風の吹く主方向に長さ  $F$ 、それと直角方向に幅  $2W$  の長方形とみなす。便宜上風の吹く方向を  $x$  軸にとる。このような、いわゆる箱形暴風雨 (box storm) 内部で瞬間的に適当なスペクトルを持った風浪が初期値として与えられたとする。このスペクトルを構成する各成分波は時間の経過とともに

伝搬してゆくが、箱形暴風雨の前面と後面から出発した波浪が観測点  $P(x, y)$  に到達するまでに要する時間  $t$  は  $x \gg y$  ならば近似的にそれぞれ、 $x/c_g$ ,  $(x+F)/c_g$  である。  $c_g$  は成分波の群速度で、 $\sigma$  を成分波の角周波数とすれば  $2c_g = g/\sigma$  で与えられる。したがって、時刻  $t$  に  $P$  点で観測される波浪の角周波数は

$$\frac{gt}{2(x+F)} < \sigma < \frac{gt}{2x} \quad (1)$$

の間であって、これ以外の波浪は観測点を通過しているか、あるいはまだ到着していない。

更に、風浪のスペクトルの方向分散の影響を考える。風域内の風浪のスペクトルは風の主方向（この場合は  $x$  軸）に対してある方向分散を持っている。たとえば、風域内のスペクトル強度は  $x$  軸に対して  $\cos^2\theta$  とか  $\cos^4\theta$  とかで減衰しているとする。しかし、 $P$  点で観測されるうねりは  $|\theta| \leq \pi/2$  を満たすすべての波浪ではない。伝搬方向の制約は、

$$\tan^{-1}\left(\frac{y-W}{x}\right) < \theta < \tan^{-1}\left(\frac{y+W}{x}\right) \quad (2)$$

となる。すなわち、 $P$  点におけるうねりのスペクトルは風域内の風浪のスペクトルに (1) 式の周波数フィルターと (2) 式の方角フィルターをかけたものとなる。Pierson (1955) は上述のモデルの力学的な解析を試みた。かれは波源として箱形暴風雨の代わりに、 $x=0$  で  $|y| \leq W$  にある線上で、 $|t| \leq D$  の間、水面が単振動した場合、遠く離れた  $P$  点でどのような波が観測されるかを求めた。波は初めから  $x > 0$  の方向に進行するとすると、波のエネルギーは  $|y| \leq W$  の範囲にトラップされて、その振幅は群速度で進行してきた波が  $P$  点に到着してから  $D$  時間の間だけ大きいという結果が得られた。したがって、箱形暴風雨の中で  $P$  点に引いた線に直角な線分の波源を想定すれば (2) 式で述べた成分波のエネルギーがその方向にのみトラップされることになり、更に  $D$  を短くすれば (1) 式の周波数フィルターも妥当なものとなる。しかし、このようなモデルをわれわれがよく経験する台風によるうねりに適用するには多くの無理がある。その理由は、(i) 台風内のスペクトルは瞬間的に考えられたものではない。うねりは台風域から連続的に伝搬してくるのであるから (1) 式の周波数フィルターでカットされた波も観測される。(ii) (2) 式の方角分散は風域を箱形暴風雨としたときにのみ成立する。台風を円形と仮定し、台風内の風速を中心に対して逆対象と考えれば、 $|\theta| \leq \pi/2$  のすべての波浪は  $P$  点において観測されるはずである。

一般に、風域から遠く離れた観測点  $P$  におけるうねりの波高  $H(\sigma)$  は風域内の風浪の波高  $H_0(\sigma)$ 、風域の大きさを示すパラメーター  $\rho$ 、観測点から風域までの距離  $R$ 、観測点に相対的な風域自体の移動速度  $V$ 、および風域から波が出始めてからの経過時間  $t$  に関する。

$$H = F(\sigma, H_0, R, \rho, V, t, g).$$

したがって、次元解析から

$$\frac{\sigma^2 H}{g} = F_1\left(\frac{\sigma^2 H_0}{g}, \frac{\sigma^2 R}{g}, \frac{\rho}{R}, \frac{\sigma V}{g}, \frac{gt}{\sigma R}\right) \quad (3)$$

が得られる。(1)式は(3)式の  $gt/\sigma R$  の効果を求めたものであるが、われわれが観測する台風のうねりは、台風が発生してから充分時間がたってからのうねりである場合が多い。(周期16秒の波の群速度は45 km/h であるからエネルギーが1,000 km を伝搬するのに24時間とかからない。)したがって観測される最初のうねりの波高の立上りを別にすれば、うねりのスペクトルを規定するパラメーターの中には  $gt/\sigma R$  ははいてこない。ただし、台風域内のエネルギースペクトルが時間的に変動する場合は別である。そのことはあとで述べる。 $\sigma V/g$  は台風の移動速度と波速との比である。移動速度が小さく、近似的に台風が静止していると考えられる場合には、この項も省略できる。そのような場合には

$$\frac{\sigma^2 H}{g} = F_2 \left( \frac{\sigma^2 H_0}{g}, \frac{\sigma^2 R}{g}, \frac{\rho}{R} \right) \quad (4)$$

となる。たとえば、Rosenblatt (1957) は円形の台風モデルに対して、うねりのスペクトル  $S(\sigma)$  と台風域内の風浪のスペクトル  $S_0(\sigma)$  が

$$\frac{S(\sigma)}{S_0(\sigma)} = \left( \frac{\sigma^2 R}{g} \right)^{-1} \phi \left( \frac{\rho}{R} \right) \quad (5)$$

であるとしている。しかし、この場合、うねりのスペクトルの周波数フィルターは  $\sigma^2 R/g$  で決定されることになるが、このような結果は波源を点源 (point source) の集合と考えて、特異解 (singular solution) をそのまま使用したためであって物理的には正しくない。Eckart (1953) が既に指摘しているように線形近似の範囲では、定常状態を考える場合には、スペクトルが場所によって変化することはありえない。

しかし、現実には観測される台風のうねりが、風浪と異なって鋭いスペクトルのピークを持つ場合が多いことは明らかである。最初に述べたモデルが台風のうねりに適用できないとすれば、うねりのスペクトルの周波数によって異なる、いわゆる選択減衰 (selective attenuation) の原因は、放射応力 (radiation stress) などの説明に見られるような、波数間の相互干渉か、あるいは台風の移動速度にある。

ここでは非線形効果は考えない。台風の移動速度によって波高、したがってスペクトルがどのような変形をするかを調べる。

いま、角周波数  $\sigma$  で振動しながら速度  $V$  で進行する波源を考える。波源の進行方向から  $\theta$  の角度を持つ方向に進行する波の位相速度は、静止座標系から見れば、

$$c = \frac{\sigma}{k} + V \cos \theta$$

である。一方、分散波の性質から  $c^2 = g/k$  であるから、両者から  $c$  を消去して、

$$k_1 = k_0 \sec^2 \theta \left( \frac{1 + \sqrt{1 - 4\Omega \cos \theta}}{2} \right)^2, \quad (6)$$

$$k_2 = k_0 \sec^2 \theta \left( \frac{1 - \sqrt{1 - 4\Omega \cos \theta}}{2} \right)^2 \quad (7)$$

が得られる。ただし、

$$k_0 = \frac{g}{V^2}, \quad \Omega = \frac{\sigma V}{g}$$

である。ここで  $k$  が実数であるためには、

$$4\Omega \cos \theta \leq 1$$

の条件が必要である。すなわち  $\Omega > 1/4$  の場合には、

$$|\theta| \geq \theta_0, \quad \theta_0 = \cos^{-1} \frac{1}{4\Omega}$$

となるから、 $\Omega > 1/4$  の波は波源の進行方向の回りに  $\theta_0$  の角を持つ前方には存在することができない。(7)式を変換して

$$k_2 = \frac{\sigma^2}{g} \left( \frac{2}{1 + \sqrt{1 - 4\Omega \cos \theta}} \right)^2.$$

これから  $4\Omega \cos \theta \leq 1$  の場合には、

$$\frac{g}{\sigma} \geq \sqrt{\frac{g}{k_2}} \geq \frac{V}{2\Omega} \geq V \sqrt{\frac{\cos \theta}{\Omega}} \geq 2V \cos \theta.$$

一方(6)式から

$$2V \cos \theta \geq \sqrt{\frac{g}{k_1}} \geq V \cos \theta$$

が得られる。移動する座標系から見た波の位相速度はそれぞれ  $\sigma/k_1$ ,  $\sigma/k_2$  であるから上述の不等式から

$$\frac{\sigma}{k_2} = \frac{g}{k_2} \frac{\sigma}{g} \geq V \cos \theta \cdot 4\Omega \cos \theta, \quad \frac{\sigma}{k_1} < V \cos \theta \cdot 4\Omega \cos \theta$$

が得られ、 $k_1$  の波は移動する座標系から見て後方へ取残され、 $k_2$  の波は前方へ進む。 $k_1$  の波がいわゆる軍艦波であり、 $k_2$  の波がここで問題とする放射リング波 (radiative ring wave) である。これらの波の運動学的な解析は Eggers (1957) に詳しい。次節では Wehausen (1960) にならってこの  $k_2$  波の力学的な解析を行なう。

## 2. 振動しながら移動する波源による波

波源の位置は空間に固定されないで時間の関数である。いま波源の座標を  $x=a(t)$ ,  $y=b(t)$ ,  $z=c(t)$  とする。また波源の強さは一般に時間の関数で  $m(t)$  ( $t \geq 0$ ) で与えられているとする。水深が無限の場合には、速度ポテンシャル  $\phi(x, y, z; t)$  が満足すべき条件は次のようなものである。

- (i)  $\nabla^2 \phi = 0, \quad z < 0, \quad (x, y, z) \neq (a, b, c),$
- (ii)  $\phi_u(x, y, 0; t) + g\phi_z(x, y, 0; t) = 0,$
- (iii)  $\phi(x, y, z; t) = \frac{m(t)}{r} + \phi_0(x, y, z; t),$

(iv)  $\lim_{z \rightarrow -\infty} \nabla \phi = 0,$

(v)  $\lim_{R \rightarrow \infty} \nabla \phi = 0,$

(vi)  $\phi(x, y, 0; 0) = \phi_t(x, y, 0; 0) = 0.$

ただし、ここで  $\phi_0(x, y, z; t)$  はいたるるところ正則な関数で、また、

$$r^2 = R^2 + \{z - c(t)\}^2, \quad R^2 = \{x - a(t)\}^2 + \{y - b(t)\}^2$$

である。いま解の形を次のように仮定する。

$$\phi = m \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{r_1} \right) + \phi_1. \tag{8}$$

ただし、

$$r_1^2 = R^2 + \{z + c(t)\}^2$$

とする。(8) 式を (ii) の条件式に代入して、 $z=0$  では、 $r=r_1$ ,  $r_t=r_{1t}$ ,  $r_{tt}=r_{1tt}$  の関係を使用すると、

$$\phi_{1tt}(x, y, 0; t) + g\phi_{1z}(x, y, 0; t) = \frac{-2gm(t)c(t)}{(R^2 + c^2)^{3/2}}. \tag{9}$$

ここで  $\phi_1$  のラプラス変換を  $\hat{\phi}_1$  とする。

$$\hat{\phi}_1(x, y, z; s) = \int_0^\infty e^{-st} \phi_1(x, y, z; t) dt.$$

(9) 式のラプラス変換は、条件 (iv) の初期条件を使用すると、

$$s^2 \hat{\phi}_{1z}(x, y, 0; s) + g\hat{\phi}_{1z} = -2g \int_0^\infty e^{-st} \frac{m(t)c(t)dt}{(R^2 + c^2)^{3/2}}.$$

ところで

$$s^2 \hat{\phi}_1(x, y, z; s) + g\hat{\phi}_{1z} + 2g \int_0^\infty \frac{m(t)(z+c)}{r_1^2} \exp(-st) dt \tag{10}$$

という関数は  $z < 0$  で調和関数で  $z=0, -\infty$  で零となるから任意の  $z$  に対してもやはり零となる。ところで一般に、

$$\frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} = \int_0^\infty J_0(k\sqrt{x^2 + y^2}) \exp(-k|z|) dk, \quad (\text{リプシッツの積分})$$

$$J_0(\xi) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^\pi \exp(i\xi \cos \alpha) d\alpha$$

の関係があるから、 $x = \rho \cos \theta, y = \rho \sin \theta$  として極座標に変換すると、

$$\begin{aligned} \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^\pi \exp[ik(x \cos \alpha + y \sin \alpha)] d\alpha &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^\pi \exp[ik\rho \cos(\alpha - \theta)] d\alpha \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^\pi \exp[ik\rho \cos \alpha] d\alpha \end{aligned}$$

となるので結局

$$\frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} = \frac{1}{2\pi} \int_0^\infty \exp[-k|z|] dk \int_{-\pi}^\pi \exp[ik(x \cos \theta + y \sin \theta)] d\theta$$

と展開できる。したがって、 $z < 0, c \leq 0$  ならば

$$\frac{1}{r_1} = \frac{1}{2\pi} \int_0^\infty dk \int_{-\pi}^\pi \exp [k(z+c) + ik\{(x-a) \cos \theta + (y-b) \sin \theta\}] d\theta \quad (11)$$

が得られる。 $(z+c)/r_1^3 = -\partial(1/r_1)/\partial z$  によりリプシッツの積分から

$$s^2 \hat{\phi}_1(x, y, z; s) + g \hat{\phi}_{1z} = 2g \int_0^\infty k dk \int_0^\infty m(t) J_0[kR(t)] \exp[-st + k(z+c)] dt$$

となるが、これから  $\hat{\phi}_1$  はただちに求められて

$$\hat{\phi}_1(x, y, z; s) = 2g \int_0^\infty \frac{k}{s^2 + gk} dk \int_0^\infty m(t) J_0[kR(t)] \exp[-st + k(z+c)] dt \quad (12)$$

となる。さて、ラプラス変換の公式によって

$$\frac{1}{s^2 + gk} = \int_0^\infty \frac{\sin \sqrt{gk} t}{\sqrt{gk}} \exp(-st) dt \quad (13)$$

という関係が知られている。また、 $f_1(t), f_2(t)$  のラプラス変換を  $g_1(s), g_2(s)$  とすれば、すなわち、

$$g_i(s) = \int_0^\infty f_i(t) \exp(-st) dt$$

とすれば、 $f_1(t)$  と  $f_2(t)$  とのたたみこみ (convolution) は

$$\int_0^t f_1(\tau) f_2(t-\tau) d\tau$$

で定義され、そのラプラス変換は  $g_1(s)$  と  $g_2(s)$  の積で与えられる。したがって(13)式によって(12)式を変換すると、

$$\begin{aligned} \hat{\phi}_1 = & 2 \int_0^\infty \sqrt{gk} dk \int_0^\infty \sin(\sqrt{gk} \tau) \exp(-s\tau) d\tau \\ & \times \int_0^\infty m(t) J_0[kR(t)] \exp[-st + k(z+c)] dt. \end{aligned}$$

ここで、ラプラスの逆変換をとれば、

$$\begin{aligned} \phi_1(x, y, z; t) = & 2 \int_0^\infty \sqrt{gk} dk \int_0^t \sin[\sqrt{gk}(t-\tau)] m(\tau) \\ & \times J_0[kR(\tau)] \exp[k(z+c)] d\tau \end{aligned} \quad (14)$$

となって時間とともに移動する波源による速度ポテンシャルを得る。特に波源が角周波数  $\sigma$  で振動しながら  $x$  方向へ速度  $V$  で移動する場合は、 $a(t) = a_0 + Vt$ ,  $b(t) = b_0$ ,  $c(t) = c_0$ ,  $m(\tau) = m_0 \sin \sigma \tau$  となるから、波源とともに動く座標系  $(\bar{x}, y, z)$  で運動を記述すると、 $\bar{x} = x - Vt$  であるから(14)式は(11)式の展開式を利用して実数部分のみを取出すと

$$\begin{aligned} \phi_1 = & \frac{4m_0}{\pi} \int_0^\infty \sqrt{gk} dk \int_0^{\pi/2} d\theta \int_0^t \sin[\sqrt{gk}(t-\tau)] \\ & \times \sin \sigma \tau \cos [k\{\bar{x} + V(t-\tau) - a_0\} \cos \theta] \\ & \times \cos [k(y - b_0) \sin \theta] \exp [k(z + c_0)] d\tau. \end{aligned} \quad (15)$$

特に,  $a_0=b_0=0$  の場合は  $t-\tau=u$  として変数変換すると,

$$\phi_1(\bar{x}, y, z; t) = \frac{4m_0}{\pi} \int_0^\infty \sqrt{gk} dk \int_0^{\pi/2} d\theta \int_0^u \sin(\sqrt{gk} u) \sin \sigma(t-u) \\ \times \cos [k(\bar{x} + Vu) \cos \theta] \cos (ky \sin \theta) \exp [k(z+c_0)] du \quad (16)$$

となって Havelock (1958) の表現が得られる.

(14) あるいは (15) 式は点源, つまり, 吹出しがある場合の特異解であることに注意しなければならない. 一般に,  $t=0$  で水が静止していたとする. すなわち,  $h$  を水位変動とすると,

$$h = h_t = 0, \quad t = 0$$

であったとする. このとき圧力変動  $p(x, y, t)$  によって生じる波浪の速度ポテンシャルは,

$$\phi(x, y, z; t) = \frac{-1}{4\pi\rho g} \iint d\xi d\eta \int_0^t G u(\xi, \eta, 0; x, y, z; \tau, t) p(\xi, \eta, \tau) d\tau$$

で与えられる. ここに  $G$  はグリーン関数であるが, この関数は (14) 式で  $m=1$  として ( $a, b, c$ ) の代りに  $(\xi, \eta, \zeta)$  を使用したものにほかならないことが証明できる. この場合, (14) 式を  $\tau$  に関して積分して

$$G(\xi, \eta, 0; x, y, z; \tau, t) = 2 \int_0^\infty [1 - \cos \sqrt{gk}(\tau-t)] J_0(kR) \exp(kz) dk,$$

$$R^2 = (x-\xi)^2 + (y-\eta)^2.$$

したがって速度ポテンシャルは,

$$\phi(x, y, z; t) = \frac{-1}{2\pi\rho} \iint d\xi d\eta \int_0^t p(\xi, \eta, \tau) d\tau \int_0^\infty \cos[\sqrt{gk}(\tau-t)] \\ \times k J_0(kR) \exp(kz) dk$$

となる. ここで前と同じく

$$p(\xi, \eta, \tau) = p_0(\xi - V\tau, \eta) \sin \sigma\tau$$

として圧力が振動しながら  $x$  方向に進行する場合を考えると,  $\bar{\xi} = \xi - V\tau$ ,  $\bar{x} = x - Vt$  として

$$\phi(\bar{x}, y, z; t) = \frac{-1}{\pi^2\rho} \iint p_0(\bar{\xi}, \eta) d\bar{\xi} d\eta \int_0^t \sin \sigma\tau d\tau \\ \times \int_0^{\pi/2} d\theta \int_0^\infty \cos[\sqrt{gk}(t-\tau)] \exp(kz) \\ \times \cos [k\{\bar{x} + V(t-\tau) - \xi\} \cos \theta] \cos [k(y-\eta) \sin \theta] k dk \quad (17)$$

となって (15) 式と比較すれば明らかなように吹出しによるポテンシャルと, 圧力変動によるポテンシャルは異なる. 更に立ち入ってこのことを見るためにいま  $V=0$  の場合を考える. 一般に圧力変動を  $p_0 e^{-i\sigma\tau}$  とすれば (17) 式から

$$\phi(x, y, z; t) = \frac{-1}{2\pi\rho} \iint p_0(\xi, \eta) d\xi d\eta \int_0^\infty k J_0(kR) \exp(kz) dk \\ \times \int_0^t \cos[\sqrt{gk}(t-\tau)] \exp(-i\sigma\tau) d\tau$$

となるが  $\tau$  に関して積分すれば,

$$\int_0^t \cos \sqrt{gk}(\tau-t) \exp(-i\sigma\tau) d\tau$$

$$= \frac{-i}{2} \exp(-i\sigma t) \left[ \frac{\exp\{i(\sqrt{gk}+\sigma)t\}}{\sqrt{gk}+\sigma} - \frac{\exp\{-i(\sqrt{gk}-\sigma)t\}}{\sqrt{gk}-\sigma} + \frac{2\sigma}{gk-\sigma^2} \right]$$

が得られる. 更に  $t \rightarrow \infty$  のときの定常状態では,

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \int_a^\infty f(x) \frac{\sin(x-x_0)t}{x-x_0} dx = \pi f(x_0) + O\left(\frac{1}{t}\right), \quad (a < x_0)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \int_a^\infty f(x) \frac{\cos(x-x_0)t}{x-x_0} dx = O\left(\frac{1}{t}\right)$$

の関係を利用すると

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \int_0^\infty k J_0(kR) \frac{\exp\{-i(\sqrt{gk}-\sigma)t\}}{\sqrt{gk}-\sigma} \exp(kz) dk$$

$$= -i2\pi\nu J_0(\nu R) \frac{\sigma}{g} \exp(\nu z),$$

$$\nu = \frac{\sigma^2}{g}$$

となるから結局,

$$\phi = \left[ -\frac{i\sigma}{2\pi\rho g} \iint p_0(\xi, \eta) d\xi d\eta \int_0^\infty \frac{k J_0(kR)}{k-\nu} \exp(kz) dk \right.$$

$$\left. + \frac{\nu\sigma}{2\rho g} \exp(\nu z) \iint p_0(\xi, \eta) J_0(\nu R) d\xi d\eta \right] \exp(-i\sigma t).$$

ここで更に  $x = R' \cos \alpha$ ,  $y = R' \sin \alpha$  として極座標に変換すると,

$$\phi = \exp(-i\sigma t) \left[ \frac{i\sigma}{2\pi\rho g} \int_0^{2\pi} d\alpha' \int_0^\infty R' p_0(R', \alpha') dR' \int_0^\infty \frac{k J_0(kR)}{k-\nu} \exp(kz) dk \right.$$

$$\left. + \frac{\nu\sigma}{2\rho g} \exp(\nu z) \int_0^{2\pi} d\alpha' \int_0^\infty R' p_0(R', \alpha') J_0(\nu R) dR' \right].$$

ここで  $R^2 = R''^2 + R'^2 - 2R''R' \cos(\alpha'' - \alpha')$  である. ところでベッセル関数に関するグラーフの加法定理によれば

$$J_0(kR) = \sum_{n=0}^{\infty} \epsilon_n J_n(kR'') J_n(kR') \cos n(\alpha'' - \alpha'),$$

$$\epsilon_n = \begin{cases} 1, & (n=0) \\ 2, & (n \geq 1) \end{cases}$$

いま圧力変動が指向性を持たない. すなわち,  $\alpha$  に無関係な場合には,  $n=0$  の場合だけを考察すればよいから

$$\phi = \exp(-i\sigma t) \left[ \frac{i\sigma}{\rho g} \int_0^\infty R' p_0(R') dR' \int_0^\infty \frac{k J_0(kR'')}{k-\nu} J_0(kR') \exp(kz) dk \right.$$

$$\left. + \frac{\pi\nu\sigma}{\rho g} \exp(\nu z) J_0(\nu R'') \int_0^\infty R' p_0(R') J_0(\nu R') dR' \right].$$



いま圧力変動を

$$p_0(R') = \begin{cases} \frac{\bar{p}}{\pi R_0^2}, & (R' \leq R_0) \\ 0 & (R' > R_0) \end{cases}$$

とすると,

$$\int_0^{R_0} R' J_0(\nu R') dR' = \frac{R_0}{\nu} J_1(\nu R_0)$$

の関係によって

$$\begin{aligned} \phi &= \exp(-i\sigma t) \left[ \frac{i\sigma}{\rho g} \frac{\bar{p}}{\pi R_0} \int_0^\infty \frac{J_0(kR'')}{k-\nu} \exp(kz) dk \right. \\ &\quad \left. + \frac{\sigma}{\rho g} \frac{\bar{p}}{R_0} J_0(\nu R'') \exp(\nu z) \right] J_1(\nu R_0) \\ &= \frac{\sigma}{\rho g} \frac{\bar{p}}{R_0} J_1(\nu R_0) \left[ \frac{1}{\pi} \sin \sigma t \int_0^\infty \frac{J_0(kR'')}{k-\nu} \exp(kz) dk \right. \\ &\quad \left. + \cos \sigma t J_0(\nu R'') \exp(\nu z) \right] \end{aligned}$$

となる. 水位変動そのものは  $h = -\phi(x, y, 0; t)/g$  により

$$h = -\frac{\pi \bar{p}_0}{\rho g} \nu R_0 J_1(\nu R_0) \left[ \frac{1}{\pi} \cos \sigma t \int_0^\infty \frac{J_0(kR'')}{k-\nu} dk - J_0(\nu R'') \sin \sigma t \right]. \quad (18)$$

ここで更に,  $R'' \rightarrow \infty$  における漸近展開を求める. ベッセルの積分表示によれば

$$J_0(kR) = \frac{2}{\pi} \int_0^1 \frac{\cos kR\lambda}{\sqrt{1-\lambda^2}} d\lambda.$$

また,

$$\cos(kR\lambda) = \cos \nu R\lambda \cos R\lambda(k-\nu) - \sin \nu R\lambda \sin R\lambda(k-\nu).$$

したがって,  $R \rightarrow \infty$  においては

$$\begin{aligned} \int_0^\infty \frac{J_0(kR)}{k-\nu} \exp(kz) dk &= -2 \exp(\nu z) \int_0^1 \frac{\sin \nu R\lambda}{\sqrt{1-\lambda^2}} d\lambda \\ &= 2 \exp(\nu z) \int_0^{\pi/2} \sin(\nu R \cos \theta) d\theta. \end{aligned}$$

$R'' \rightarrow \infty$  における積分の近似値は, とうげ道の方法で

$$\left( \frac{2\pi}{\nu R} \right)^{1/2} \sin \left( \nu R - \frac{\pi}{4} \right)$$

となるから(18)式は

$$h = -\frac{\bar{p}_0}{\rho g} \nu R_0 J_1(\nu R_0) \left( \frac{2\pi}{\nu R''} \right)^{1/2} \sin \left( \nu R'' - \sigma t - \frac{\pi}{4} \right) \quad (19)$$

となって圧力の中心から遠方へ進行する波を示す. 強さ  $m_0 \sin \sigma t$  の波源による波は  $R \rightarrow \infty$  で

$$h = -2m_0 \frac{\nu \sigma}{g} \left( \frac{2\pi}{\nu R''} \right)^{1/2} \cos \left( \nu R'' - \sigma t - \frac{\pi}{4} \right) \quad (20)$$

となることが(14)式から全く同様な手続きで証明できる。特に、 $\nu R_0 \gg 1$  の場合は(19)式は

$$h = \pi \frac{p_0}{\rho g} \left( \frac{R_0}{R''} \right)^{1/2} [\sin \{ \nu(R'' + R_0) - \sigma t \} + \cos \{ \nu(R'' - R_0) - \sigma t \}] \quad (21)$$

となって振幅は  $\nu$  に関係しない。

台風域の風浪もまた大気の大気圧変動によって生じたものである。しかし、その風浪を維持する変動圧力は上述したような波と無関係なものでなく、波浪と相関のある成分が有効なのである。したがって、上述の議論を台風域の風浪にそのまま適用することはできない。しかし、ここで問題とするのは、台風の移動速度によってうねりの波高、したがって、パワースペクトルの形がどのように変化するかであるから、(21)式をもって台風が静止していた場合の台風域内のある半径  $R_0$  の領域から伝搬してくるうねりの波高の表現と仮定する。(18)式で見られるように圧力変動によって生じる波の振幅は明らかに波数  $\nu$  の関数であるが、これは変動圧力が波のエネルギーに転化する仕方が圧力の変動の周期によって異なることを示しているのであって、波高の距離による減衰が振動数に関係するわけではない。ここで、われわれは(16)式の Havelock (1958) の表現にもどって波源の移動速度の影響をみることにする。(16)式を  $u$  に関して積分し、 $u \rightarrow \infty$  の漸近値を、前述の積分定理を利用して求めると、既に Havelock の得た次式になる。

$$\begin{aligned} \phi_1 = & -\frac{2m_0}{\pi} g \int_0^{\pi/2} d\theta \int_0^\infty \left[ \frac{\sin(kx \cos \theta + \sigma t)}{(kV \cos \theta - \sigma)^2 - gk} - \frac{\sin(kx \cos \theta - \sigma t)}{(kV \cos \theta + \sigma)^2 - gk} \right] \\ & \times \cos(ky \sin \theta) k \exp[k(z + c_0)] dk \\ & - 2m_0 \int_0^{\pi/2} \frac{k_1 \exp[k_1(z + c_0)]}{\sqrt{1 + 4\Omega \cos \theta}} \cos(k_1 x \cos \theta + \sigma t) \cos(k_1 y \sin \theta) d\theta \\ & + 2m_0 \int_0^{\pi/2} \frac{k_2 \exp[k_2(z + c_0)]}{\sqrt{1 + 4\Omega \cos \theta}} \cos(k_2 x \cos \theta + \sigma t) \cos(k_2 y \sin \theta) d\theta \\ & + 2m_0 \int_0^{\pi/2} \frac{k_3 \exp[k_3(z + c_0)]}{\sqrt{1 - 4\Omega \cos \theta}} \cos(k_3 x \cos \theta - \sigma t) \cos(k_3 y \sin \theta) d\theta \\ & - 2m_0 \int_0^{\pi/2} \frac{k_4 \exp[k_4(z + c_0)]}{\sqrt{1 - 4\Omega \cos \theta}} \cos(k_4 x \cos \theta - \sigma t) \cos(k_4 y \sin \theta) d\theta. \quad (22) \end{aligned}$$

ただし、 $x = \bar{x}$  と書き直してある。また

$$\begin{aligned} k_0 &= \frac{g}{V^2}, \quad \Omega = \frac{\sigma V}{g}, \\ k_{1,2} &= k_0 \sec^2 \theta \left( \frac{1 \pm \sqrt{1 + 4\Omega \cos \theta}}{2} \right)^2, \\ k_{3,4} &= k_0 \sec^2 \theta \left( \frac{1 \pm \sqrt{1 - 4\Omega \cos \theta}}{2} \right)^2. \end{aligned}$$

この式と(6),(7)式を比較すれば明らかなように、 $k_1, k_3$  が軍艦波であり、 $k_2, k_4$  がリング波である。また、ここでは、波源から外側へ進行する波が問題であるから  $k_4$  だけを考察すればよい。(22)式の右辺第1項の  $R \rightarrow \infty$  における漸近値で  $k_4$  波に対応するものを求めると最後

の第5項と同じとなる。したがって、 $R \rightarrow \infty$  では

$$\phi_1 = -2m_0 \int_0^{\pi/2} \frac{k_4 \exp [k_4(z+c_0)]}{\sqrt{1-4\Omega \cos \theta}} [\cos \{k_4 R \cos (\alpha-\theta)-\sigma t\} + \cos \{k_4 R \cos (\alpha+\theta)-\sigma t\}] d\theta .$$

ただし、 $x=R \cos \alpha$ 、 $y=R \sin \alpha$  として極座標に交換してある。対応する水位は

$$\begin{aligned} h &= -\frac{1}{g}(\phi_{1z} + V\phi_{1x})_{z=0} \\ &= \frac{2m_0}{g} \int_0^{\pi/2} \frac{k_4(\sigma - k_4 V \cos \theta)}{\sqrt{1-4\Omega \cos \theta}} [\sin \{k_4 R \cos (\alpha-\theta)-\sigma t\} \\ &\quad + \sin \{k_4 R \cos (\alpha+\theta)-\sigma t\}] d\theta . \end{aligned} \quad (23)$$

この積分の近似値を、とうげ道の方法で略算する。 $4\Omega < 1$  としたのであるから

$$k_4 \simeq k_0 \Omega^2 (1 + 2\Omega \cos \theta + 5\Omega^2 \cos^2 \theta + \dots)$$

と展開できる。したがって

$$K = k_4 R \cos (\alpha - \theta) - \sigma t$$

とおけば、 $K_\theta = 0$  となる  $\theta$  は

$$\frac{1}{k_4} \frac{\partial k_4}{\partial \theta} = -\tan (\alpha - \theta)$$

を満足しなければならない。左辺を計算すると

$$\frac{2\Omega \sin \theta}{1 + 2\Omega \cos \theta} = \tan (\alpha - \theta) .$$

これから  $\theta_0$  が求められる。 $\Omega \ll 1$  の場合は  $\theta_0 \simeq \alpha$  と見てさしつかえない。また、

$$K_{\theta\theta} = R \cos (\alpha - \theta)(k_{4\theta\theta} - k_4) + 2k_{4\theta} R \sin (\alpha - \theta)$$

となるから、 $\alpha \simeq \theta_0$  とすれば (23) 式は

$$h = \frac{2m_0}{g} \frac{k_4^{(0)}[\sigma - k_4^{(0)} V \cos \alpha]}{\sqrt{1-4\Omega \cos \alpha}} \left( \frac{2\pi}{k_0 R \Omega^2} \right)^{1/2} \sin \left( k_4^{(0)} R - \sigma t - \frac{\pi}{4} \right)$$

となる。ただし、 $k_4^{(0)}$  は  $k_4$  の  $\theta$  を  $\pm \alpha$  で置き換えたものである。 $k_4^{(0)}$  を上式に代入すると、

$$h = 2m_0 \frac{\nu \sigma}{g} (1 - \Omega \cos \alpha) \left( \frac{2\pi}{\nu R} \right)^{1/2} \sin \left[ (1 + 2\Omega \cos \alpha) \nu R - \sigma t - \frac{\pi}{4} \right] \quad (24)$$

が近似解として得られる。ここで、 $\Omega = 0$  としたものは (20) 式と一致する。(24) 式は波源が移動する場合、波源の前面の波は後面の波より波長が短く、観測点が進行方向からはずれると、同じ距離  $R$  でも波高が大きくなることを示している。したがってスペクトル密度は

$$S(\sigma) \sim S_0(\sigma) (1 - \Omega \cos \alpha)^2 \frac{R_0}{R} \quad (25)$$

となる。いま、図1に示すように半径  $\rho_1$  の領域に強さ一定の波源があったとしよう。P 点におけるスペクトル密度は

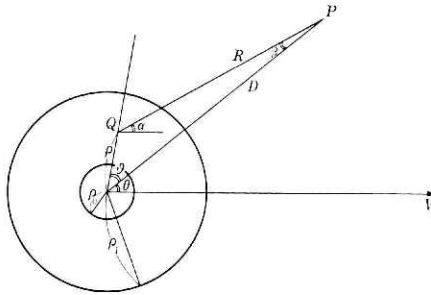


図1 台風モデル  
Fig. 1. Model of the typhoon.

$$S(\sigma) \sim \int_0^{2\pi} d\vartheta \int_{\rho_0}^{\rho_1} (1 - \Omega \cos \alpha)^2 S_0(\sigma, \rho, \vartheta) \frac{R_0}{R} \frac{\rho d\rho}{\pi \rho^2} \quad (26)$$

となる。しかるに

$$\alpha + \beta = \theta, \quad \frac{R}{\sin \vartheta} = \frac{\rho}{\sin \beta}, \quad D = R \cos \beta + \rho \cos \vartheta$$

の関係によって

$$\begin{aligned} \cos \alpha &= \cos(\theta - \beta) = \cos \theta \cos \beta + \sin \theta \sin \beta \\ &= \frac{D}{R} \cos \theta - \frac{\rho}{R} \cos(\theta + \vartheta) \end{aligned}$$

となるから

$$S(\sigma) \sim \frac{1}{\pi} \frac{R_0}{D} \int_0^{2\pi} d\vartheta \int_{\rho_0/D}^{\rho_1/D} (1 - \Omega \cos \alpha)^2 S_0(\sigma, \rho, \vartheta) \frac{D}{R} \frac{d\xi}{\xi}, \quad \xi = \frac{\rho}{D}$$

ここで

$$\begin{aligned} \frac{1}{R/D} &= \frac{1}{\sqrt{1 + \xi^2 - 2\xi \cos \vartheta}} = \sum_{n=0}^{\infty} \xi^n P_n(\cos \vartheta), \\ \cos \alpha &= [\cos \theta - \xi \cos(\theta + \vartheta)] \sum_{n=0}^{\infty} \xi^n P_n(\cos \vartheta) \end{aligned}$$

と展開して上式に代入すると

$$\begin{aligned} S(\sigma) &\sim \frac{1}{\pi} \frac{R_0}{D} \int_0^{2\pi} d\vartheta \int_{\rho_0/D}^{\rho_1/D} [1 - 2\Omega \cos \theta - 2\xi \Omega \sin \theta \sin \vartheta] \\ &\quad \times \left( \frac{1}{\xi} + \cos \vartheta \right) S_0(\sigma, \xi, \vartheta) d\xi. \end{aligned}$$

特に、 $S_0$  が  $\rho, \vartheta$  に無関係な場合には、

$$S(\sigma) \sim 2 \frac{R_0}{D} (1 - 2\Omega \cos \theta) \ln \left( \frac{\rho_1}{\rho_0} \right) S_0(\sigma). \quad (27)$$

これが台風によるうねりのスペクトルの第1近似である。いま

$$S_0(\sigma) = \beta g^2 \sigma^{-5} \exp \left[ -\gamma \left( \frac{\sigma_0}{\sigma} \right)^4 \right], \quad \sigma_0 = \frac{g}{U}$$

であるとするとうねりのスペクトルの極大周波数 (optimum frequency)  $\sigma_m$  は

$$4\gamma \left( \frac{\sigma_0}{\sigma_m} \right)^4 - 5 = \frac{2\Omega \cos \theta}{1 - 2\Omega \cos \theta}$$

の条件を満足しなければならない. すなわち,  $\cos \theta > 0$  の場合には  $\sigma_m$  は  $\Omega=0$  の場合より小さくなる. (27)式に代入すると無次元化したスペクトルは

$$S(f_*) = \frac{S(\sigma)g^3}{U^5} \sim 2\beta \frac{R_0}{D} \ln \left( \frac{\rho_1}{\rho_0} \right) \left( 1 - 2 \frac{V \cos \theta}{U} f_* \right) \frac{\exp(-\gamma/f_*^4)}{f_*^5}. \quad (28)$$

ただし,  $f_* = \sigma U/g$  となる. 図2は(28)式を計算したものであるが, 台風の前面では高周波側のパワーレベルが低くなっているのが特徴的である. 後面ではスペクトルの形はそれほど変化しない. このスペクトルの極大周波数は  $a=0$  の場合とはなほだしくは変わらないので, テイラー展開して近似値を求めると,

$$f_*^{(m)} = f_*^{(0)} \left[ 1 - \frac{a}{20} f_*^{(0)} \right], \quad f_*^{(0)} = \left( \frac{4}{5} \gamma \right)^{1/4}, \quad a = 2 \frac{V}{U} \cos \theta$$

が得られる. これから卓越波の波高は, うねりのスペクトル幅が大きく変化しないと仮定して, (27)式から

$$H \sim \sqrt{\frac{R_0}{D} \ln \left( \frac{\rho_1}{\rho_0} \right)} \left[ 1 - f_*^{(0)} \left( 1 - \frac{a}{20} f_*^{(0)} \right) \frac{V}{U} \cos \theta \right] H_0$$

となるが, 具体的な計算を行なう場合には更に略算して

$$H \sim \sqrt{\frac{R_0}{D} \ln \left( \frac{\rho_1}{\rho_0} \right)} \left( 1 - \alpha \frac{V}{U} \cos \theta \right) H_0, \quad \alpha \approx 1.0 \quad (29)$$

と近似してよいであろう. 宇野木 (1957) によれば台風の中心から 600 km 以内の卓越波は経験的に

$$H \sim a [1 + n \cos(\theta - \theta_0)] \frac{1 + \delta/\rho_1}{1 + D/\rho_1} \quad (30)$$

となる.  $a, n, \theta_0$  は台風の進行速度に依存する定数で平均的には  $a=1.02, n=0.2, \theta_0=135^\circ$  であるとされているが, (30)式で  $\delta/\rho_1 \approx 0, \rho_1/D \gg 1$  としてわれわれのモデルに対応させると,

$$H \sim a(1 - n \cos \theta) \frac{\rho_1}{D}$$

となって(29)式と比較すると, 波高が宇野木の式では  $D$  に逆比例していることを除いて, 移動速度による影響は定性的に一致する. (29)式では  $n$  に対応するものは  $V/U$  であるが,  $V=30 \text{ km/h}$   $U=40 \text{ m/s}$  とするとこの値はほぼ 0.2 となる. 台風域内の波高  $H_0$  は  $U^2$  に比例するとしてよいであろうから(29)式は更に

$$H \sim \sqrt{\frac{R_0}{D} \ln \left( \frac{\rho_1}{\rho_0} \right)} \frac{U^2}{g} \left( 1 - \frac{V}{U} \cos \theta \right) \quad (31)$$

とすることができる.

以上は強さ一定の波源が振動しながら進行する場合の波の伝搬から台風によるうねりを求め

た結果であるが、台風の強さは必ずしも一定でなく、移動の途中で変化することが多い。その影響は(24)式から求めることができる。いま波源の強さが  $\cos \omega t \sin \sigma t$ , ( $\omega \ll \sigma$ ) で変化しているとすれば(24)式からうねりは

$$h \sim h_0(1 - \Omega \cos \alpha) \cos \omega(t - \tau) \sin \left[ (1 + 2\Omega \cos \alpha) \nu R - \sigma t - \frac{\pi}{4} \right], \quad (32)$$

$$\tau = -2 \frac{\sigma R}{g} (1 + 2\Omega \cos \alpha)$$

となって  $\tau$  だけ位相のおくれが生じる。台風とともに移動する座標から見た波速は

$$c \doteq \frac{g}{\sigma} (1 - \Omega \cos \alpha)$$

に等しいから、この遅れは波源から出発した波が群速度で進んで観測点に到達するまでの時間にほぼ等しい。台風の強さが変動する場合にも卓越波の波高はこの位相のおくれを考慮することによって推定することができる。

### 3. 観測資料の解析

(28)式および(31)式は、台風内の風速を推定することによってうねりのスペクトルと波高を求めるのに役立つが、風速の推定が多分にあいまいなので、前述のモデルによる台風の移動速度のスペクトルおよび波高に及ぼす影響を見るためには、スペクトルを無次元化するために風速でなく、観測されたうねりのスペクトルの極大周波数を使用した方が都合がよい。

(27)式の台風域内の風浪のスペクトルに Pierson-Moskowitz の経験式を使用する。

$$S_0(\sigma) = \beta g^2 \sigma^{-5} \exp \left[ -\gamma \left( \frac{\sigma_0}{\sigma} \right)^4 \right], \quad \sigma_0 = \frac{g}{U}.$$

ここで  $\beta = 8.1 \times 10^{-3}$ ,  $\gamma = 0.74$  である。うねりのスペクトルの極大周波数を  $\sigma_m$  として(27)式を無次元化すると、

$$S(\sigma) d\sigma = 2\alpha\beta \frac{g^2}{\sigma_m^4} \frac{R_0}{D} \ln \left( \frac{\rho_1}{\rho_0} \right) (1 - 2\Omega_m \cos \theta \sigma_*) \sigma_*^{-5} \exp \left[ -\frac{\gamma_m}{\sigma_*^4} \right] d\sigma_* \quad (33)$$

となる。ただし、 $\alpha$  は比例定数で

$$\sigma_* = \frac{\sigma}{\sigma_m}, \quad \Omega_m = \frac{\sigma_m V}{g}, \quad \gamma_m = \gamma \left( \frac{\sigma_0}{\sigma_m} \right)^4$$

である。上式を微分して  $\sigma_* = 1$  とおくと

$$\gamma_m = \frac{5}{4} \left[ 1 + \frac{1}{5} \frac{A}{1-A} \right], \quad A = 2\Omega_m \cos \theta$$

が得られる。 $2\Omega_m$  は物理的には、台風の移動速度と、うねりの極大周波数の成分波の群速度の比であるから、 $A < 1$  となる。うねりの全パワーは(33)式を積分すればよい。

$$\frac{E}{2} = 2\alpha\beta \frac{g^2}{\sigma_m^4} \frac{R_0}{D} \ln \left( \frac{\rho_1}{\rho_0} \right) I(A), \quad (34)$$

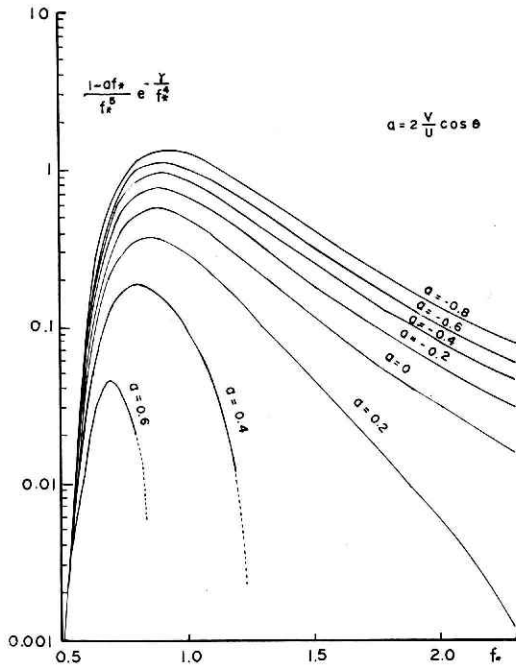


図 2 台風の移動速度によるうねりのスペクトルの変形  
 Fig. 2. Calculated power spectrum of the swells propagating from a typhoon.

$$I(A) = \int_0^{\omega} \frac{1 - A\sigma_*}{\sigma_*^5} \exp\left(-\frac{\gamma_m}{\sigma_*^4}\right) d\sigma_*$$

$$\omega = \begin{cases} \infty, & (A \leq 0) \\ \frac{1}{A}, & (A > 0) \end{cases}$$

被積分関数は常に正でなければならないから  $A > 0$  のときは積分定数  $\omega$  は無限大となりえない。いま、

$$\frac{\gamma_m}{\sigma_*^4} = t$$

として変数変換すると

$$I(A) = \frac{1}{4\gamma_m} \int_{\gamma_m/\omega^4}^{\infty} \left[1 - A \left(\frac{\gamma_m}{t}\right)^{1/4}\right] \exp(-t) dt$$

$$= \frac{1}{4\gamma_m} \left[ \exp\left(-\frac{\gamma_m}{\omega^4}\right) - A\gamma_m^{1/4} \Gamma\left(\frac{3}{4}\right) + A\gamma_m^{1/4} \Psi\left(\frac{3}{4}, \frac{\gamma_m}{\omega^4}\right) \right]$$

ただし、 $\Psi(z, a)$  は第 1 種の不完全ガンマ関数で

$$\Psi(z, a) = \int_0^a t^{z-1} \exp(-t) dt$$

$$= \exp(-a) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{a^{z+n}}{z(z+1)\cdots(z+n)} \quad (\text{ルジャンドルの公式})$$

と展開できるから

$$\frac{A}{4\gamma_m} \gamma_m^{1/4} \Psi\left(\frac{3}{4}, \frac{\gamma_m}{\omega^4}\right) = \frac{A}{4} \frac{1}{\omega^3} \exp\left(-\frac{\gamma_m}{\omega^4}\right) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\left(\frac{\gamma_m}{\omega^4}\right)^n}{\frac{3}{4}\left(\frac{3}{4}+1\right)\cdots\left(\frac{3}{4}+n\right)}.$$

したがって、

$$I(A) = \begin{cases} \frac{1}{4\gamma_m} \left[ 1 - A\gamma_m^{1/4} \Gamma\left(\frac{3}{4}\right) \right], & (A \leq 0) \\ \frac{1}{4\gamma_m} \left[ \exp(-A^4\gamma_m) - (A^4\gamma_m)^{1/4} \Gamma\left(\frac{3}{4}\right) \right] \\ \quad + \frac{A^4}{4} \exp(-A^4\gamma_m) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(A^4\gamma_m)^n}{\frac{3}{4}\left(\frac{3}{4}+1\right)\cdots\left(\frac{3}{4}+n\right)}. & (A > 0) \end{cases} \quad (35)$$

これから無次元化したスペクトルは、

$$\frac{\sigma S(\sigma)}{\left(\frac{E}{2}\right)} = \frac{1}{I(A)} \frac{1 - A\sigma_*}{\sigma_*^5} \exp\left(-\frac{\gamma_m}{\sigma_*^4}\right) \quad (36)$$

となる。 $\gamma_m$  は  $A$  のみの関数であるから、 $\sigma_*$  (極大周波数) を基準にとれば、うねりのスペクトルは  $A$  をパラメーターとして分類できることになる。さらにうねりの全パワーは(34)式から

$$\frac{E}{g^2 T_m^4} = \frac{4}{(2\pi)^4} \alpha\beta \frac{R_0}{D} \ln\left(\frac{\rho_1}{\rho_0}\right) I(A) \quad (37)$$

となる。(36)式で  $A=0$  とした場合が無次元化した Pierson-Moskowitz のスペクトルで

$$\frac{\sigma S(\sigma)}{\frac{E}{2}} = \frac{5}{\sigma_*^3} \exp\left(-\frac{5}{4} \frac{1}{\sigma_*^4}\right) \quad (38)$$

となって  $\sigma_*$  だけの関数となる。図3は  $A$  をパラメーターとして(36)式を計算した結果を示す。図4は、 $A=0$  の場合の観測値との比較である。1969年6月6日の風浪は、約 10 m/s の南風が10時間ほど吹き続けたときのものであり、台風6810の前線による風浪は約 17 m/s の南風が20時間ほど吹き続けたときのものである。台風のときの風浪の方がより P-M スペクトルに近く、6月6日の局所的な風による波の高周波側のパワーレベルが相対的に大きいのは極大周期の卓越波が十分に発達し切らないためであろう。図5および図6は局所的な風速がほとんどない場合のうねりの無次元スペクトルを示す。取り上げた台風は図7に示すような経路をたどったものである。うねりのスペクトル解析を行なうに際してデータの採否を決めた基準は次のようになる。

- (1) 台風が発生してから充分時間が経過して、うねりの初期の立上りをすぎたもの。
- (2) 天気図から見て他の台風あるいは低気圧の影響がないと判断されるもの。
- (3) 台風の針路および規模が急激に変化しない場合。



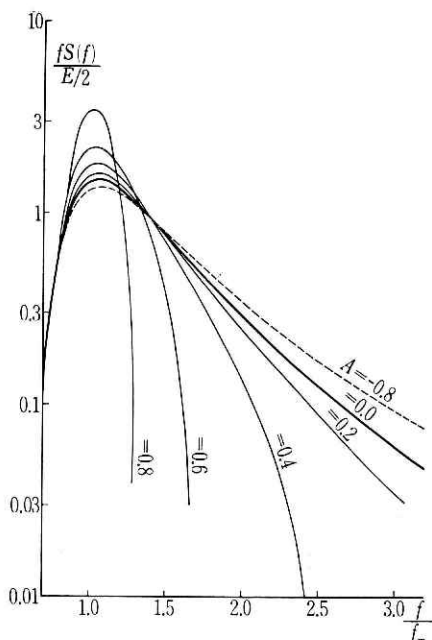


図 3 無次元化したうねりのスペクトルの計算値  
Fig. 3. Nondimensional power spectrum of the swells calculated from the model.

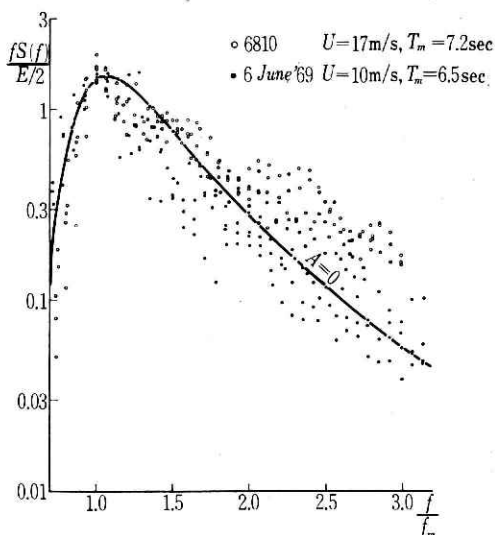


図 4 無次元化した風浪のスペクトルの観測値  
Fig. 4. Observed power spectrum of the wind waves.

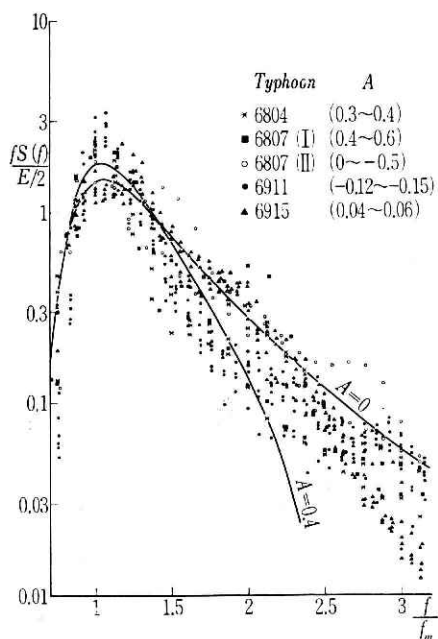


図 5 無次元化したうねりのスペクトルの観測値 (I)  
Fig. 5. Observed nondimensional power spectrum of the swells (I).

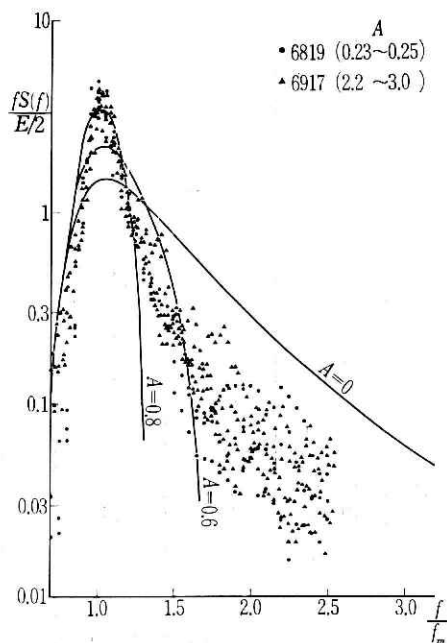


図 6 無次元化したうねりのスペクトルの観測値 (II)  
Fig. 6. Observed nondimensional power spectrum of the swells (II).

(4) うねりの全パワーがその台風の経路で比較的大きいもの。

(5) うねりの観測時の平塚支所構内の平均風速が6 m/s未満で局所的な風の影響の少ないもの。

このような基準から選び出した資料の一覧を表1にまとめた。図7の太い黒線の部分が観測時の台風的位置を示す。データの読取時間間隔は、種々の事情で必ずしも一定していない。図6は観測点が台風の進行方向の前面にあたる場合のうねりのスペクトルで、図5は、観測点を横に見て台風が進んで行く場合のスペクトルである。前述のモデルではスペクトルの形を決めるものはパラメーター  $A$  で、その変化の範囲は  $|A| < 1$  であるが、 $A$  の値は台風の移動速度、進行角の推

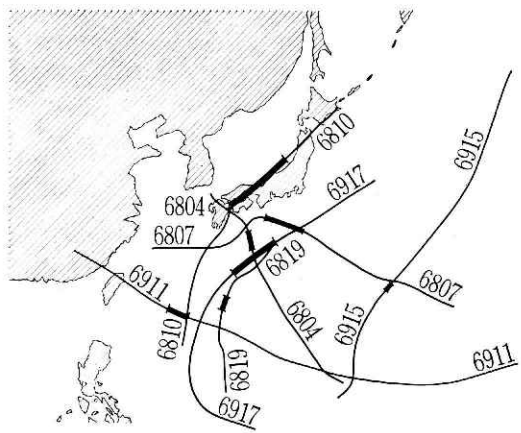


図7 台風経路図

Fig. 7. Tracks of the typhoons considered.

進んで行く場合のスペクトルである。前述のモデルではスペクトルの形を決めるものはパラメーター  $A$  で、その変化の範囲は  $|A| < 1$  であるが、 $A$  の値は台風の移動速度、進行角の推

表1 考察した  
Table 1. Characteristics

台風	月日	時分	風向	風速 (m/s)	中心気圧 (mb)	最大風速 (m/s)	距離 (km)	暴風半径 (km)	速度 (km/h)
6804	7 27	13 00	E	5	965	40	780	350	20
	7 27	18 00	E	4			700	340	20
	7 28	00 00	N	2			680	330	20
6807	8 10	08 35	N	6	975	25	460	30	35
	8 10	10 15	N	6			420	30	30
	8 10	21 00	N	2			370	35	25
	8 11	03 00	—	—			450	40	20
6819	10 21	05 58	NNW	4	965	35	1500	200	10
	10 21	11 48	NNW	6			1480	200	10
	10 21	17 35	NNW	5			1460	200	10
6911	9 25	22 00	NNE	1	950	55	1670	280	26
	9 26	00 00	—	—			1720	260	27
	9 26	02 00	N	1			1770	240	28
	9 26	04 00	NE	1			1820	220	29
	9 26	06 00	NE	1			1860	200	30
	9 26	08 00	NE	2			1910	180	30
6915	10 20	22 00	N	4.5	935	45	1448	90	20
	10 20	22 30	N	4.5			1446	90	20
	10 20	23 00	N	4.5			1444	90	20
	10 20	23 30	N	4.5			1442	90	20
	10 21	00 00	N	5			1440	90	20
6917	11 09	02 00	N	2	995	35	1110	90	60
	11 09	04 00	NNE	2			1004	90	60
	11 09	06 00	N	2			940	90	65
	11 09	08 00	NE	2			840	90	65
	11 09	10 00	N	1.5			700	80	65
	11 09	12 00	NE	3			600	70	65

定誤差に強く影響されるので、その値を額面どおり受け取るのは危険である。観測資料から求めた  $A$  の値は 6804 と 6807 の No. 1—No. 2 を別にすれば図 6 の方が図 5 の場合より大きい。  $A$  が大きい場合の方が鋭いうねりのピークを持つはずであるが、観測データも第 1 近似ではその傾向を示している。

6804 と 6807 が  $A$  が大きいにもかかわらず、風浪に近いスペクトルを持つ理由は明らかでない。考えられることは

(i) 6804, 6807 とともに観測点と台風間の距離が小さいため前述のモデルで行なった近似計算が精度良く適用できない、(ii) 特に、6807 の場合は 6 m/s の北風による波浪が、重畳しているおそれがある、ことなどである。

(37)式のうねりの全パワーの表現と観測資料との対比は更にあいまいになる。(37)式の右辺の積分  $I(A)$  の計算値は図 8 のようになる。またドーナツ形の台風モデルの内半径  $\rho_0$  は一律に 20 km として、 $\rho_1$  は 25 m/s の暴風圏の半径を採用した。右辺の計算に使用した台風はこの暴風圏の半径が 100 km 以上のものに限定した。 $R_0$  はモデルからいえば、周期的な圧力変動を受ける海面の広さであるが、ここでは任意にとってよい。計算の都合上  $R_0=1$  km とし

台風の一覧表  
of the typhoons.

進行角	$\Delta t$ (s)	分散 ( $\text{cm}^2$ )	$T_m$ (s)	$2\Omega_m$	$2\Omega_m \cos \theta$	$I$	$H_{1/3}$ (m)	$\epsilon$	備考
39	0.5	2187	13.9	0.51	0.40	0.085	1.08	0.93	$T_{1/3}^{(0)}$
44	0.5	3193	13.1	0.54	0.39	0.087	1.20	0.94	
56	0.5	3193	12.7	0.56	0.31	0.108	1.45	0.89	
53	0.5	1058	12.1	1.03	0.62	0.032	0.63	0.94	$T_{1/3}^{(0)}$
59	0.5	3740	14.6	0.74	0.38	0.090	1.43	0.93	
90	0.5	5998	12.1	0.74	0.00	0.200	2.27	0.86	
135	0.5	2981	10.0	0.71	-0.50	0.077	1.66	0.81	
10	1.5	1235	15.2	0.24	0.23	0.132	1.30	0.62	$T_{1/3}^{(p)}$
10	1.5	1164	15.4	0.23	0.23	0.133	1.22	0.61	
10	1.5	620	14.5	0.25	0.24	0.129	0.90	0.65	
104	0.9	891	14.7	0.63	-0.15	0.165	1.05	0.72	$T_{1/3}^{(0)}$
103	0.9	1098	14.2	0.68	-0.15	0.165	1.05	0.79	
102	0.9	1449	13.7	0.73	-0.15	0.165	1.24	0.74	
101	0.9	1674	14.2	0.73	-0.14	0.168	1.28	0.83	
100	0.9	1251	13.8	0.77	-0.13	0.169	1.03	0.83	
99	0.9	945	14.0	0.77	-0.12	0.173	0.95	0.80	
84	0.9	720	11.9	0.60	0.06	0.181	0.91	0.68	$T_{1/3}^{(0)}$
85	0.9	738	11.7	0.61	0.05	0.184	0.92	0.65	
85	0.9	1107	11.7	0.61	0.05	0.184	1.14	0.65	
86	0.9	1008	11.4	0.63	0.04	0.187	1.08	0.61	
86	0.9	873	12.0	0.59	0.04	0.188	1.02	0.65	
10	1.8	522	9.2	2.33	2.30		0.76	0.55	
16	1.8	468	8.6	2.49	2.39		0.76	0.39	
24	1.8	405	9.1	2.56	2.33		0.69	0.44	
28	1.8	325	9.1	2.55	2.25		0.62	0.47	
33	1.8	323	8.6	2.70	2.27		0.63	0.33	
39	1.8	405	9.0	2.56	1.99		0.68	0.52	

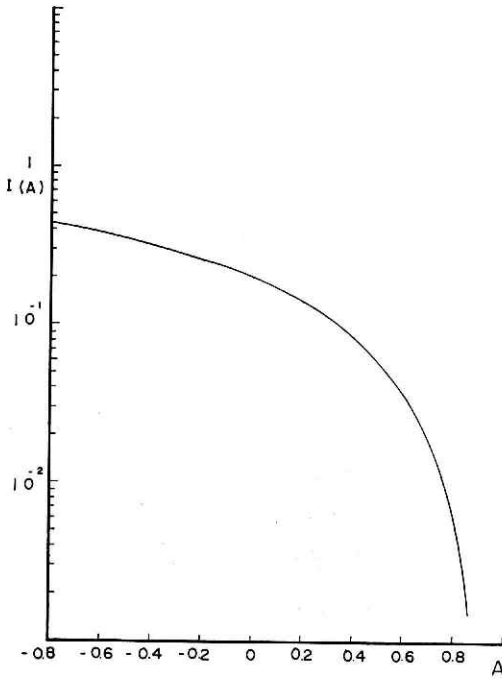


図8 うねりの全パワーのパラメーター A による変化  
 Fig. 8. Changes of the total powers of the swells according to the parameter A.

た。左辺の  $E$  は資料から分散を求めることにより得られる。  $T_m$  すなわち極大周期は厳密にはスペクトル解析から求めなければならぬが、台風ごとにスペクトル解析の分解能が異なるので、各種の周期を計算して、スペクトルと比較し、一番近い統計周期を採用した。すなわち、6804 と 6911 に対しては、 $T_m$  はゼロアップクロス (zero-up cross) の有義周期を 6819 に対しては波の山から次の山まで (peak-to-peak) の有義周期を採用した。結果は図9のようになる。経験的には

$$\frac{E}{g^2 T_m^4} = 2.63 \times 10^{-4} \frac{I(A)}{D} \ln \frac{\rho_1}{20}$$

( $D, \rho_1$ : km)

とおおざっぱな比例関係が求められる。左辺は物理的には、スペクトル幅が一定ならばうねりの二乗平均傾度 (mean square slope)  $\bar{s}^2$  に比例する量である。すなわち、

観測点に対して、進行角が同じならば台風が大きいほど、また距離が近いほど、 $\bar{s}^2$  は大きくなる。

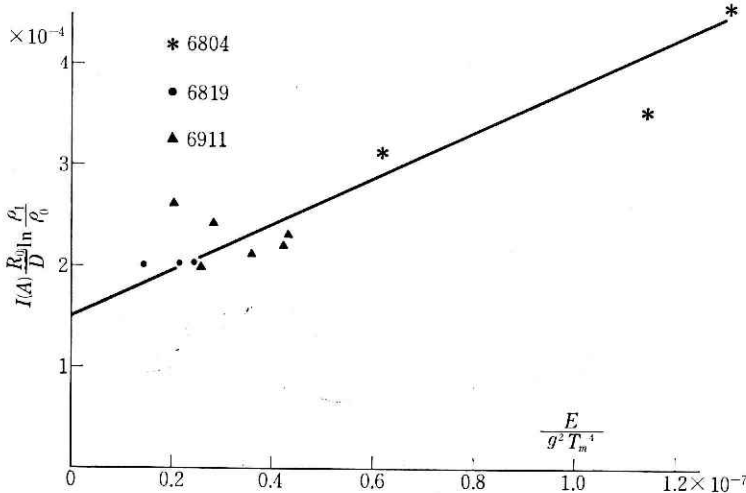


図9 うねりの全パワーの実測値と計算値  
 Fig. 9. Comparison of the total powers of the swells calculated and observed.

#### 4. おわりに

うねりのスペクトルを規定するパラメーターが台風の移動速度と進行角であるとして、モデルによる解析と資料整理を行なった。これらが集約的に表現されているパラメーター  $A=2Q_m \times \cos \theta$  の効果は近似的に認められるが、必ずしも充分とは言えない。図5を詳細に見れば、 $A \approx 0$  の場合にも 6911 や 6915 のように距離の遠い台風によるうねりの高周波側のパワーが期待以上に減少していることが認められる。もちろん、うねりのピークのとり方は図6の6917のように  $A$  が大きい場合ほど鋭くないが、その存在を否定することはできない。このことはうねりの伝搬および減衰における波数間の非線形相互干渉の存在を示すものではなからうか。

#### 参 考 文 献

- 1) Eckart, C. (1953): The generation of wind waves on a water surface. *J. Appl. Phys.*, **24**, 1485—1494.
- 2) Eggers, K. (1957): Ueber das Wellenbild einer pulsierenden Stoerung. *Schiff u. Hafen*, **11**, 874—878.
- 3) Havelock, T.H. (1958): The effect of speed of advance upon the damping of heave and pitch. *Trans. Inst. Naval Arch.*, **100**, 131—135.
- 4) Pierson, W.J. (1955): Wind generated gravity waves. In *Advances in Geophysics*, Vol. 2, pp. 93—178, Academic Press, New York.
- 5) Rosenblatt, M. (1957): A random model of the sea surface generated by a hurricane. *J. Math. Mech.*, **6**, 235—246.
- 6) Unoki, S. (1957): On the ocean waves due to tropical cyclone (2nd paper). *J. Met. Soc. Japan*, **35**, 78—87.
- 7) Wehausen, J.V. and Laitone, E.V. (1960): Surface waves. In *Handbuch der Physik*, Vol. 9, 446—778.

(1969年12月10日原稿受理)