

粒子なだれの相似について

納口恭明*

Similarity of Granular Avalanches

By

Yasuaki NOHGUCHI

*Atmospheric and Hydrospheric Science Division,
National Research Institute for Earth Science and Disaster Prevention, Japan*

Abstract

The similarity law is necessary to apply the results of the reduced scale physical simulations of granular avalanches to actual problems. The head-tail structure of sufficiently developed avalanches is governed by a dimensionless number V_e^2/Lg (V_e : terminal velocity of the avalanche, L : slope length, g : acceleration of gravity). This number indicates whether the velocity of the avalanche has reached a steady state or not. In this paper, moreover, the other similarities in the shape of granular avalanches are discussed by a comparison between theoretical considerations and physical model experiments. From these the shape of the head, the avalanche length, the fluidity of the avalanche and so on are given by several dimensionless numbers using the particle size, the avalanche size and the terminal velocity of one particle in addition to the slope length and the terminal velocity of the avalanche head.

Key words: Granular avalanche, Similarity law, Head-tail structure

1. はじめに

災害をもたらす自然界の様々ななだれ現象を、筆者らは粉粒体が斜面上を重力の作用で流れ下る現象としてモデル化し、ミニチュアサイズのモデル実験で再現する方法を調べてきた(納口, 1994; Nohguchi, 1997; Nohguchi *et al.*, 1996, 1997; Nishimura *et al.*, 1997)。この中で、十分に発達したなだれの先端部には粒子が集中して頭のように盛り上がり、後端部では粒子が細長く散乱し尻尾のような形態をとることが、異なるスケールのなだれ現象を互いに結び付ける相似に関する一つの尺度であることを見出した。

このようななだれの頭部-尾部構造(図1)はなだれの運動が抵抗力と駆動力のバランスした定常状態における形態である。それは定常状態における速度がなだれ集団の大きさに依存し、大きな集団ほど大きな定常速度をも

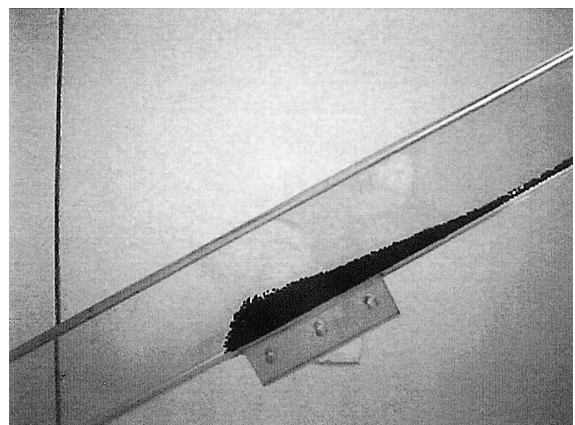


図1 粒子なだれの頭部-尾部構造

Fig. 1 Head-Tail structure of granular avalanches.

*防災科学技術研究所 気圏・水圏地球科学技術研究部

つというルールからの帰結である。

ところで、定常性のスケールとしての無次元数 V_e^2/L_g は頭部－尾部構造の出現のスケールではあるが、この値のみでその形すべてを記述できるものではない。本論文では、粒子なだれの運動形態に関係するいくつかの無次元数の意味について述べるとともに、これらが粒子の物質密度と粒子数だけの関数になっていることを示す。

2. 粒子なだれの代表空間スケール

粒子なだれには、大きくいって粒径 d 、粒子集団の代表サイズ D 、地形の代表サイズ L という 3 種類の独立な幾何学的空間スケールが存在する。これらの比が等しい二つの系は幾何学的に相似である。

一方、運動に関しては、環境流体との相互作用で決まる終速度を代表パラメータとして、1 個の粒子の終速度 v_e となだれ集団の終速度 V_e から求められる動的な代表空間スケール

$$l_c = v_e^2/g \quad (1)$$

$$L_c = V_e^2/g \quad (2)$$

が存在し、これらと 3 個の幾何学的代表空間スケールの 5 個の比が等しい二つの系は互いに、運動学的にも幾何学的にも相似になる。ここで l_c は静止した状態からスタートした単一粒子が加速状態にブレーキがかかり、終速度へと移り変わりはじめる代表距離である。その意味で単一粒子の制動距離と呼ぶことにする。同様に L_c は粒子集団の制動距離と呼ぶことにする。

これらの 5 個の代表空間スケールの中の任意の 2 個の組み合わせの比でできる無次元数は 10 個あり(表 1)、このうちの独立な 4 個が等しければ、以下で述べるいくつかの性質について相似となる。

表 1 粒子なだれの 10 個の無次元数

Table 1 10 dimensionless numbers for granular avalanches.

D/d	D/L	d/L	l_c/d	l_c/L	L_c/L	L_c/l_c	l_c/D	L_c/d	L_c/D
-------	-------	-------	---------	---------	---------	-----------	---------	---------	---------

3. 幾何学的な相似に関する無次元数

3 個の幾何学的な代表長さ L, D, d で決まる無次元数 $D/d, d/L, D/L$ についてははじめに考えてみる。 N を粒子の個数、 k を形が相似であれば同じ値をとる形状係数とすると

$$D/d = kN^{1/3} \quad (3)$$

となり、集団における粒子の個数に関係する。また D/L は全体の空間スケールに対するなだれのスケールの比率を表しており、これを

$$D/L \equiv \gamma \quad (4)$$

とすると、

$$d/L = k^{-1}N^{-1/3}\gamma \quad (5)$$

となる。

4. 環境流体中の粒子の性質に関する無次元数

次に、粒子の代表長さである粒径 d と単一粒子の制動距離 l_c の比を考えよう。この無次元数 l_c/d は環境流体中の単一粒子の性質を表すもので、粒子の代表スケールを単位として単一粒子の制動距離を表現したものである。

表 2 は模擬雪崩実験 (Nohguchi *et al.*, 1996) に使われるいくつかの粒子についてこの値をまとめたものである。

表 2 を見る限り、発泡スチロール粒子は粒径がピンポン球と大きく異なるが、この無次元数に関しては同じオーダーである。その一方で、ゴルフ球はピンポン球と大きさは近いが、この無次元数はかなり異なる値を示す。すなわち発泡スチロール粒子でピンポン球なだれの模擬は可能であるがゴルフ球では不可能であることを示している。

ところで、粒子の物質密度を ρ とすると、環境流体中の単一粒子の終速度についてニュートンの法則が成り立つ範囲では、力の釣り合いの関係

$$d^3 \rho g \propto d^2 v_e^2 \quad (6)$$

から、 l_c/d は

$$l_c/d = v_e^2/dg \propto \rho \quad (7)$$

となり、粒子の物質密度に比例する。すなわち粒子の大きさを単位としてみた単一粒子の制動距離は密度に比例して大きくなることを意味する。言い換えると密度の異なる物質間ではこの相似は不可能となる。

5. 先端の形態に関する無次元数

次に、 l_c/L について考える。この無次元数は(5)、(7)式から γ と ρ を用いて次のように表される。

$$l_c/L = l_c/d \cdot d/L \propto \rho k^{-1}N^{-1/3}\gamma \quad (8)$$

地形の代表スケールとして L を斜面長と考えよう。ここで、

$$l_c/L \gg 1 \quad (9)$$

の場合を考える。この条件は斜面長に比べて単一粒子の制動距離が十分に長い場合である。この斜面上では、制動が不十分であるために、先にスタートした先端の単一粒子に後続の本体が追いつけず頭部の形成が始まっている。

表 2 模擬なだれに使われる各種粒子の無次元数 l_c/d

Table 2 Estimation of the dimensionless number l_c/d for various types of particles.

	$d(\text{m})$	$v_e(\text{m/s})$	$l_c(\text{m})$	l_c/d
ピンポン球	10^{-2}	1	10^{-2}	1
発泡スチロール粒子	10^{-3}	10^{-1}	10^{-3}	1
ゴルフ球	10^{-2}	10^2	10^3	10^5

ない状態といえる。

これに対して、

$$l_c/L \ll 1 \quad (10)$$

の条件下では、頭部の形成が始まっていて、少なくとも先頭に単一粒子以上の集団が存在することを意味する。すなわち、この無次元数はなだれ集団の先頭に頭部が形成されはじめたかどうかを判断するものといえる。表3は各種模擬なだれ (Nohguchi *et al.*, 1996) におけるこの無次元数の評価である。

表3 各種模擬なだれにおける無次元数 l_c/L

Table 3 Estimation of the dimensionless number l_c/L for various types of granular avalanches.

	$L(\text{m})$	$v_e(\text{m/s})$	$l_c(\text{m})$	l_c/L
発泡スチロールなだれ	1	10^{-1}	10^{-3}	10^{-3}
ピンポン球なだれ	10	1	10^{-1}	10^{-2}
ゴルフ球なだれ	10	10^2	10^3	10^2
プラスチックビーズなだれ	1	10	10^2	10^2

6. 最大の頭部形成を特徴づける無次元数

L_c/L について考える。これは

$$L_c/L = V_e^2/Lg \quad (11)$$

である。

$$L_c/L \ll 1 \quad (12)$$

のとき集団の制動距離よりも斜面長が十分大きいので、集団はすでに終速度に到達し、したがって頭部は最大となる。 $v_e < V_e$ から常に $L_c > l_c$ が成り立つので、(12)式が成り立つ条件下では、当然(10)式も成り立つことになる。

7. 雪崩の長さの相似に関する無次元数

L_c/l_c について考える。この無次元数は V_e, v_e を使って次のように表される。

$$L_c/l_c = (V_e/v_e)^2 \quad (13)$$

ところで、Nohguchi (1997) は模擬雪崩の終速度の粒子数依存性を2次元なだれと、3次元なだれについてそれぞれ次のように導出した。

$$V_e = v_e N^{1/4} \quad \text{2次元} \quad (14)$$

$$V_e = v_e N^{1/6} \quad \text{3次元} \quad (15)$$

この関係は、発泡スチロールなだれ (Nohguchi, 1997)、及びピンポン球なだれ (Nishimura *et al.*, 1997) について確かめられている。これらを用いると(13)式は

$$L_c/l_c = N^{1/3} \quad (16)$$

となる。この値は1以上である。

前述のとおり、(12)式の条件下では(10)式は自動的に成り

立ち、先端速度は集団の終速度 V_e 、末端では単一の粒子の終速度 v_e となる。したがって、スタート地点から先端までの距離に対するなだれ集団の先端から末端までの長さの比は

$$(V_e - v_e)/V_e = 1 - v_e/V_e = 1 - (L_c/l_c)^{-1/2} \quad (17)$$

となり、無次元数 L_c/l_c が大きいほど細長く尾を引いたなだれとなるのに対して、小さい場合は、短くひとかたまりの集団となる。極端な例として、 $L_c = l_c$ の場合、あるいは(16)式が成り立つ場合は、 $N = 1$ の場合に対応し、まさに剛体運動を表している。このことは、粒子数の効果が先端から末端までを含めたなだれの全体としての形態の相似に重要な意味を持つことを示している。逆に、粒子が微少の極限では v_e, l_c はゼロとみなせるので、なだれの長さはスタート地点から先端までの長さそのものである。末尾はスタート地点に残されたままとなる。

(17)式には時間が含まれていない。したがって(12)式が成り立つ条件下では、同一のなだれについて時間の経過に対して(17)式は不変である。これは、なだれの走行距離に対するなだれの長さの比が不変であるということを示している。すなわち尾を引くなだれはひよる長いまま、団子状態のなだれは団子のままということである。ただし、比は一定でも走行距離が伸びる分、絶対的な長さは当然、伸長し、したがって、全体として薄っぺらくなる。

同一の粒子について、粒子数が異なる二つのなだれの形を考えてみよう。この場合、同一粒子ということで、 v_e すなわち l_c は同じである。一方、粒子数が異なると、粒子数が多くなるほど V_e すなわち L_c が大きくなる。したがって、無次元数 L_c/l_c は粒子数が多いほど大きくなり、したがって長く尾を引く傾向を持つ。

次に、粒子の大きさが異なるが全体のなだれ質量が同じなだれについてなだれの形を考えて見る。この場合、全体の質量が同じであるために V_e すなわち L_c が同じである。一方物質が同じであるが粒径が異なるために、大きい粒子の方が v_e すなわち l_c は大きい。また、粒子数は大きい粒子の方が少ない。したがって、この場合無次元数 L_c/l_c は小さい粒子の方が大きくなり、なだれは長く尾を引く形態となる。

表4はこの無次元数の値を、30万個と1万個のピンポン球なだれの代表的な値 (Nishimura *et al.*, 1997) についてまとめたものである。

表4 30万個と1万個のピンポン球なだれの L_c/l_c の比較

Table 4 Comparison of the dimensionless number L_c/l_c of 300,000 and 10,000 ping-pong ball avalanches.

	$v_e(\text{m/s})$	$V_e(\text{m/s})$	L_c/l_c	$1 - (L_c/l_c)^{-1/2}$
30万個	4	15	14	0.73
1万個	4	8	4	0.5

8. 流体的挙動の尺度としての無次元数

次に、無次元数 l_c/D を考える。この無次元数は(3), (7)式から次のように表せる。

$$l_c/D = d/D \cdot l_c/d \propto \rho N^{-1/3} \quad (18)$$

この無次元数はなだれとなる粒子集団のスケールに対する単一粒子の制動距離の比である。この値が十分小さい場合、

$$l_c/D \ll 1 \quad (19)$$

粒子は環境流体中に浮遊し、環境流体は粒子の重量を支えた分だけ見かけ上、重たい流体になる。したがって粒状体と環境流体の混相流は粒子間の固体的な相互作用によるごつごつした動きが消えて、滑らかな流体的挙動となる。その意味で、この無次元数はなだれ混相流が流体的に振る舞うかどうかの尺度となる。

9. その他の無次元数

これまで 10 個の無次元数のうち 8 個の無次元数について述べた。残りの無次元数は L_c/d , L_c/d の 2 個である。 L_c/d は粒子の代表長さである粒径 d を単位として表したなだれの制動距離である。これは(7), (16)式がなり立つ範囲では次のようになる。

$$L_c/d = L_c/l_c \cdot l_c/d \propto \rho N^{1/3} \quad (20)$$

また L_c/D はなだれの巨視的なスケールである粒子集団の代表スケール D で表したなだれの制動距離であり、次のように表される。

$$L_c/D = L_c/d \cdot d/D \propto \rho \quad (21)$$

10. 相似条件

形状のファクターを別にすると、これら 10 個の無次元数はすべて、粒子の物質密度 ρ と粒子数 N だけの関数となる。すなわちこの二つが同じであれば、あとは幾何学的な相似が保証される限り、運動も含めて上述の相似が可能となる。言い換えると、例えばピンポン球とゴルフ球では密度が違うので上述の完全相似は不可能となる。また、10,000 個のピンポン球で 100,000 個のピンポン球なだれの相似をあわせることはできないことになる。

二つのシステム (1 及び 2) の対応する二つの代表長の比を

$$d_1/d_2 = D_1/D_2 = L_1/L_2 = l_{c1}/l_{c2} = L_{c1}/L_{c2} \equiv \varepsilon \quad (22)$$

とする。このときの二つのシステムでの速度および時間の縮尺比は g がともに同じシステムではそれぞれ

$$V_{e1}/V_{e2} = (L_{c1}/L_{c2})^{1/2} = v_{e1}/v_{e2} = (l_{c1}/l_{c2})^{1/2} = \varepsilon^{1/2} \quad (23)$$

$$T_1/T_2 = L_{c1}/V_{e1} \cdot L_{c2}/V_{e2} = l_{c1}/v_{e1} \cdot l_{c2}/v_{e2} = \varepsilon^{1/2} \quad (24)$$

となり、時間と速度のスケールの縮尺比は、空間縮尺比の平方根で表されることになる。

11. おわりに

本論文では、粒子なだれ運動の相似を幾何学的な代表長とともに、粒子およびなだれ本体の代表速度から決まる代表長の組み合わせで論じた。この結果、粒子なだれの形態的特徴のいくつかは、簡単な無次元数によって整理できることがわかった。一般にこのような相似則は、モデル実験と実際の自然現象を結び付けることによって、モデル実験から実際の現象を予測するという実用的な目的をもつ。それと同時に、簡単には見ることでできない危険な自然現象をモデル実験によって簡単に見せるという教育的な役割がある (納口, 1996; Nohguchi, 1999)。また、異なるものと思われる自然現象を相互に結び付ける役割も持つ。

参考文献

- 1) Nishimura, K., Nohguchi, Y., Ito, Y., Kosugi, K., and Izumi, K. (1997): Snow avalanche experiments at ski jump.: Head formation in light granular avalanches. International Snow Science Workshop ISSW '96 Proceedings, 244-251.
- 2) 納口恭明(1994): ピンポン球なだれ研究. 防災科学技術, No. 72, 40-45.
- 3) 納口恭明(1996): 教育用雪崩運動模型装置について. 寒地技術シンポジウム '96 寒地技術論文・報告集 12-1, 31-35.
- 4) Nohguchi, Y. (1997): Avalanche experiments with styrene foam particles. In Snow Engineering-Recent Advances-edited by Izumi, M., Nakamura, T. and Sack, R.L., 63-68, Balkema, Rotterdam.
- 5) Nohguchi, Y. (1999): Avalanche simulator for science education, Nadaranger 1-2-3. International Snow Science Workshop ISSW '98 Proceedings, 314-317.
- 6) Nohguchi, Y., Nishimura, K., Kobayashi, T., Iwanami, K., Kawashima, K., Yamada, Y., Nakamura, H., Kosugi, K., Abe, O., Sato, A., Endo, Y., Kominami, Y., and Izumi, K. (1996): Similarity of avalanche experiments by light particle. Proceedings of INTERPRAEVENT 1996-Garmich-Partenkirchen, Tagungs-publikation, Band 2, 147-156.
- 7) Nohguchi, Y. and Nishimura, K. (1997): Head formation in light granular avalanches. International Snow Science Workshop ISSW '96 Proceedings, 252-256.

(原稿受理: 2000 年 12 月 5 日)

要 旨

模型実験などで、なだれの運動を再現する場合、運動の相似性を明らかにすることは必要不可欠である。十分に発達したなだれは先端に頭部をもち、後端は尻尾のようになる。この構造はなだれの運動が定常的であるどうかに対応する無次元数 V_0^2/Lg で支配される。さらに理論的な考察から、なだれの先端での頭部の形成、なだれの長さ、なだれの流動性等が、1個の粒子、なだれ全体、斜面のスケールとそれらの終速度との関係から与えられる。

キーワード：粒子なだれ，相似則，頭部-尾部構造